This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

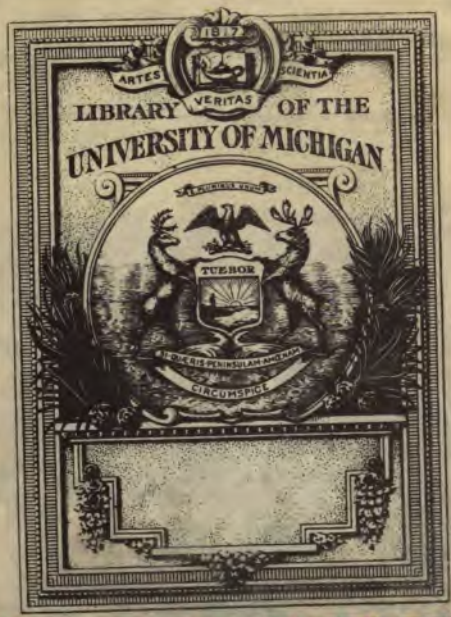
+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

A 463703



ANTIQUARIAAT
C.P.J. VAN DER PEET
N. SPIEGELSTRAAT 33-35
AMSTERDAM

Prijs f 2,12

Voor veertien dagen

BIBLIOTHEEK
DER
IVe INFANTERIE BRIGADE.

COURS COMPLET

DE

TOPOGRAPHIE ET DE GEODESIE.

N° I.

AVIS.

Les matières embrassées par un cours complet de topographie et de géodésie, traitant de la construction des cartes et des plans de toute espèce, sont assez variées ; mais toutes ne sont pas d'une égale nécessité à connaître, pour la confection des divers genres de dessins géométriques qui en dépendent. Nous croyons donc entrer dans l'intérêt des personnes qui doivent les construire, en le publiant par groupes de matières séparées, ayant chacun un objet particulier en vue, et pouvant ainsi s'acquérir soit partiellement, soit en bloc.

Voici quels sont les titres des dix traités qui composent le cours, et dont chacun forme une livraison particulière :

N° 1. Traité des *levés à la planchette*, précédé de généralités sur les descriptions graphiques des corps et du globe terrestre en particulier.

2. Traité des *levés à la boussole* et des *levés au goniomètre* (*sous presse*).

3. Traité d'*arpentage*, comprenant les *levés à la chaîne* et les *levés à l'équerre d'arpenteur*, avec leur application à l'évaluation des surfaces et à la construction des plans des édifices, des usines, etc.

4. Traité complet de *nivellement*.

5. Traité de l'*expression du relief du terrain* sur les cartes topographiques, suivi de divers procédés pour construire les *plans* et les *cartes-relief*.

6. Traité *du dessin et du lavis des plans et des cartes*, contenant des problèmes relatifs à leur réduction et à leur amplification.

7. Traité des *levés militaires*, suivi d'une classification et nomenclature des formes du terrain, et de détails sur la rédaction des mémoires relatifs aux levés topographiques.

8. Traité des *opérations trigonométriques*, ou moyen d'obtenir le canevas trigonométrique des grandes cartes topographiques.

9. Traité de *géodésie*, ou moyen d'obtenir le canevas des cartes chorographiques et géographiques, suivi d'un essai de métrologie.

10. Traité de la *construction des cartes géographiques*.

Ce cours étant publié par livraisons, qui se vendront ensemble ou séparément, chacune d'elles sera accompagnée des planches et des cartes qui lui appartiennent.

Le prix de chaque livraison sera fixé suivant l'importance des matières et le nombre des planches.

A PARIS, DE L'IMPRIMERIE DE RIGNOUX.

COURS COMPLET

DE

TOPOGRAPHIE ET DE GÉODÉSIE,

A L'USAGE DE L'ÉCOLE D'APPLICATION

DU CORPS ROYAL D'ÉTAT-MAJOR.

PAR P. M. N. BENOÎT,

Professeur-adjoint de topographie et de géodésie à l'École d'application du Corps royal d'état-major, ancien élève de l'École polytechnique, ex-lieutenant au Corps royal des ingénieurs-géographes militaires, et lieutenant au Corps royal d'état-major.

Première Livraison.

TRAITÉ

DES LEVÉS A LA PLANCHETTE,

PRÉCÉDÉ DE GÉNÉRALITÉS SUR LES DESCRIPTIONS GRAPHIQUES DES CORPS ET DU GLOBE TERRESTRE EN PARTICULIER.

Da veniam scriptis quorum non gloria nobis
Causa, sed utilitas officiumque fuit.
Ovid.

A PARIS,

CHEZ BARROIS L'AINÉ, LIBRAIRE,

RUE DE SEINE, N° 10, F. S. G.

1822.

TA
545
.B47

Les formalités voulues par la loi ayant été remplies, on poursuivra les contrefacteurs et débitans d'éditions contrefaites.

Benoît

0912840-190

AVANT-PROPOS.

De toutes les applications du dessin graphique il n'en est pas de plus intéressante, de plus utile même, que la construction des plans et des cartes. Les circonstances où le besoin de dessins géométriques se fait sentir, sont trop nombreuses, pour que nous prétendions en faire ici l'énumération. En effet, depuis l'industrie qui façonne les corps des formes les plus grossières, jusqu'aux arts qui élèvent les monumens destinés, soit à embellir les cités, soit à enrichir les états, soit à assurer leur défense; depuis la discussion des plus petits intérêts territoriaux, jusqu'à celles qui sont relatives aux intérêts des nations; tout exige plus ou moins l'emploi de dessins géométriques. Il existe un ordre d'idées, qu'aucune autre langue ne saurait exprimer avec autant de rigueur et de clarté.

Pourquoi donc la topographie et la géodésie, la théorie des levés des bâtimens, des usines, etc., et l'art d'exécuter les dessins qui en dépendent, sont-ils encore si peu répandus? C'est, ne craignons pas de le dire, c'est que les écrits que nous possédons sur ces matières

sont ou insuffisans, ou trop prodigues de science.

Des traités qui ont précédé le troisième numéro du *Mémorial topographique et militaire*, rédigé au Dépôt général de la guerre, « les uns, « est-il dit dans cet ouvrage, ont, avec peu de « méthode et de précision, le défaut de n'être « point au niveau des connaissances actuelles; « les autres n'offrent la plupart que des notions « incomplètes ou trop laconiques, et qui, n'étant « pas isolées, ne se présentent point aux re- « cherches et à l'usage avec assez de facilité.

« Un travail était à faire sur cette matière, « continue le rédacteur du Mémorial : c'était « celui d'en coordonner les diverses parties, en « les simplifiant et en les enrichissant à la fois « par les résultats du perfectionnement donné « aux méthodes, aux instrumens et aux procédés « de la géodésie pratique; de présenter, à cet « égard, un résumé des principes et des modes « d'application, clair, précis, et assez complet « pour suppléer à tous les autres ouvrages en « rappelant suffisamment ce qu'ils contiennent « d'essentiellement utile, et pour éclairer la « pratique de manière à en assurer la marche « et en faciliter les progrès.

« Il fallait pour cela un homme du métier, « mathématicien instruit, praticien distingué, « et qui joignît à un esprit clair et méthodique « une manière d'écrire à la fois élégante et

« pure : cet homme s'est trouvé dans l'ingé-
« nieur-géographe Joly..... C'est lui qui est
« l'auteur de l'excellent article de l'Encyclopé-
« die sur la *carte militaire*, et c'est à lui que
« l'on doit les autres articles sur les levés de
« détail, que l'on a cru devoir réunir, en les
« complétant, dans ce numéro du Mémorial....
« Il a remanié l'œuvre de Dupain, l'a réduite à
« ce qui était essentiel, et y a introduit plus
« d'ordre et de méthode. »

Les ouvrages spéciaux les plus remarquables existant sur la topographie et la géodésie, peuvent donc être réduits à l'*Art de lever les plans* par Dupain de Montesson (1), aux articles de M. Joly dans l'*Encyclopédie méthodique*, au *Mémorial du Dépôt de la guerre*, et enfin aux traités de M. le chef d'escadron Puissant (2). Les premiers sont évidemment incomplets, et les monumens que M. Puissant a élevés à la science ne sont pas à l'abri de ce reproche. Peut-être ce savant a-t-il jugé inutile d'entrer dans les derniers détails des opérations des levés, soit parce qu'il les regardait comme trop minutieux, soit parce qu'il en supposait la connais-

(1) Dont M. Verkaven a donné deux éditions.

(2) Nous sommes loin de refuser plus ou moins de mérite à quelques autres productions sur le même objet, qu'il eût été trop long d'énumérer ici.

sance acquise par celui qui était capable de lire ses ouvrages. Cependant ces détails intéressent plus que des formules scientifiques, celui qui veut exécuter un plan quelconque.

L'écrit indiqué par le rédacteur du *Mémorial* est donc encore à faire, parce qu'il impose plus de travail qu'il ne promet de gloire.

En publiant le cours sur la construction des cartes et des plans de toute espèce, dont nous avons été chargés à l'École d'application du Corps royal d'état-major, nous n'avons été guidés que par le désir d'être utiles à un plus grand nombre de nos jeunes camarades, pour qui la connaissance de la topographie est d'une nécessité indispensable, et d'abréger pour eux le temps qu'exigerait la recherche des objets que nous avons réunis et coordonnés. L'approbation que M. le général Desprez, commandant l'École d'application du Corps royal d'état-major, a bien voulu accorder à la méthode suivie dans l'exposition des diverses parties de ce cours, nous laisse espérer que notre ouvrage ne sera pas entièrement dépourvu d'intérêt.

Toutefois, loin de prétendre aux éloges mérités par M. Joly, loin de nous égaler en science à M. le chef d'escadron Puissant, nous réclamons l'indulgence du lecteur, tant en faveur de nos intentions, qu'à cause des difficultés que nous avons éprouvées pour arriver au ré-

sultat qui lui est offert. Heureux si nous nous sommes approchés, plus qu'on ne l'a fait jusqu'à présent, du but signalé par le rédacteur du *Mémorial du Dépôt de la guerre,* et si notre ouvrage peut nous mériter les conseils des personnes, que la pratique et la théorie, auront mises à même d'assigner les perfectionnemens dont il est susceptible!

PRÉFACE.

Dans cette livraison, comme dans tout notre ouvrage, nous nous sommes efforcés de procéder méthodiquement, et d'exposer avec toute la clarté qu'il nous a été possible de répandre sur les objets qu'elle embrasse, des détails minutieux sans doute, mais indispensables aux personnes qui veulent réellement apprendre à *lever les plans avec une planchette*. Aussi serions-nous trompés dans notre attente, si notre livre et les instrumens à la main, le lecteur instruit dans les mathématiques élémentaires, ne peuvait parvenir seul et sans maître à lever un plan quelconque.

Cette partie de notre ouvrage se compose de neuf chapitres. Dans le premier, nous avons cherché à justifier l'emploi que l'on fait généralement de la projection orthogonale, pour représenter les corps; et à faire voir par suite de quels artifices, cette même projection peut être efficacement employée, pour exprimer le *relief* des corps à surfaces irrégulières. Le second chapitre n'est qu'une application des préceptes développés dans le premier, aux représentations graphiques du globe terrestre, desquelles nous avons convenablement établi les différens genres. La considération que nous y avons faite, de la *carte topographique naturelle*, simplifiera l'exposition des procédés employés dans les levés de toute espèce.

Des détails sur les échelles et sur leur construction, remplissent le troisième chapitre. On verra si nous avons montré cet objet, sous un jour préférable à celui sous lequel on l'a toujours présenté.

Le quatrième chapitre renferme la description et le maniement de la planchette et de l'alidade, adoptées par la majorité des officiers au corps royal des ingénieurs-géo-

graphes militaires. Nous avons tâché d'y préciser en outre, les significations de quelques mots vaguement employés, et dont l'usage simplifie singulièrement le discours.

L'examen des cas principaux que peuvent offrir les localités où se trouvent les points choisis ou donnés pour repères, dans les levés purement à la planchette, remplit le cinquième chapitre; et le sixième contient l'examen des cas relatifs aux levés à la planchette et à la chaîne. Dans le septième chapitre, nous avons détaillé les diverses méthodes employées pour déterminer la position d'un point d'où on en aperçoit trois autres connus, et les moyens d'obtenir le point de station à un lieu, en partant des mêmes données.

Si nous n'avons point parlé des levés à la planchette et au *déclinatoire*, c'est que d'abord nous regardons comme très-mauvaise cette manière de procéder, et qu'ensuite les solutions des divers problèmes que nous aurions pu nous proposer, ne diffèrent presque en rien de celles relatives à l'*emploi de la boussole*, solutions que l'on trouvera dans notre *Traité des levés à la boussole et des levés au goniomètre*, actuellement sous presse.

Des notions sur la manière de procéder à l'exécution d'un levé à la planchette, embrassent l'étendue du huitième chapitre; et le neuvième enfin termine la livraison par la résolution de problèmes divers, dans lesquels se trouvent plusieurs *questions inverses des levés*.

Les six planches qui accompagnent le texte, ont été dessinées avec toute la clarté qu'il nous a été possible d'y mettre; et le burin de M. Darmet les a reproduites avec pureté et intelligence.

Tel est le contenu de la première livraison de notre ouvrage, pour laquelle nous sollicitons la bienveillance du lecteur, comme un encouragement à la publication des livraisons suivantes.

COURS COMPLET

DE

TOPOGRAPHIE ET DE GÉODÉSIE.

BIBLIOTHEEK, 4de Afdeelg Inf. DER KM. OFFICIEREN.

TRAITÉ

DES LEVÉS A LA PLANCHETTE.

CHAPITRE PREMIER.

GÉNÉRALITÉS SUR LES DESCRIPTIONS GRAPHIQUES DES CORPS.

Ier §. *Quel doit être le but de la description graphique d'un corps.*

1. La connaissance complète d'un corps se compose de deux parties bien distinctes : 1° connaissance de sa forme et de ses dimensions; 2° connaissance de la nature et des propriétés de la matière qui le compose. Celle-ci est l'objet des recherches de la physique et de la chimie; celle-là, l'objet des recherches des diverses branches de la géométrie, et la seule dont nous nous occuperons spécialement dans cet ouvrage.

2. Les moyens qu'emploie la géométrie élémentaire, pour acquérir ou pour transmettre la connaissance des formes et des dimensions des corps qui

en composant le domaine (1), sont de deux sortes : 1° Le langage ordinaire ; 2° le dessin graphique.

Les moyens dont se sert, dans le même but, la géométrie transcendante sont encore de deux sortes : 1° Le langage algébrique ou analytique ; 2° le dessin graphique.

---

(1) *Quelles sont les lignes et les surfaces dont se compose le domaine de la géométrie élémentaire ?* Cette question, qui, je crois, n'a pas encore été posée, peut être ainsi résolue.

Les lignes et les surfaces dont l'étude appartient spécialement à la *géométrie élémentaire*, jouissent d'une propriété générale et commune, dont l'énoncé doit être regardé comme leur véritable définition. Aussi peuvent-elles être toutes définies par une même phrase formulaire, à des nombres près, et que l'on peut rédiger de la manière suivante :

$$\text{une}\left\{\begin{array}{l}\textit{ligne}\ \text{est}\left\{\begin{array}{ll}\textit{droite} & \text{si, regardant } \textit{deux}\\ \textit{circulaire} & \text{si, regardant } \textit{trois}\end{array}\right.\\ \textit{surface}\ \text{est}\left\{\begin{array}{ll}\textit{plane} & \text{si, regardant } \textit{trois}\\ \textit{sphérique} & \text{si, regardant } \textit{quatre}\end{array}\right.\end{array}\right\}\text{des points}$$

de l'espace qu'elle occupe actuellement comme fixes, on peut lui donner ensuite *toutes les positions imaginables* passant par ces points, sans la déranger du lieu qu'elle occupait d'abord dans l'espace ; ce qui permet de faire coïncider successivement avec un quelconque des points choisis tous les points de la ligne ou de la surface que l'on considère.

De cette définition générale résulte le moyen de façonner les corps sous l'une quelconque des formes géométriques élémentaires sans l'emploi d'aucun instrument ; et par le simple frottement des uns contre les autres, ainsi que cela se pratique dans bien des arts. Il s'ensuit aussi la démonstration de toutes les propriétés particulières à chacune des lignes et des surfaces mentionnées ; ainsi que les moyens de vérifier, comme on le fait, à l'aide de points liés entre eux d'une manière invariable, si une ligne est droite ou circulaire, et si une surface est plane ou sphérique.

3. Le dessin graphique est donc un moyen général d'expression, dont les principes, réunis en corps de doctrine par l'illustre Monge, forment aujourd'hui cette utile et féconde partie des Mathéma-

---

Le passage de la *géométrie élémentaire* à la *géométrie transcendante* s'effectue d'une part à l'aide des *sections coniques*, dont la *ligne droite* et la *ligne circulaire* sont des cas particuliers; et d'autre part au moyen des *surfaces du second ordre*, dont le *plan* et la *sphère*, et encore le *cylindre* et le *cône droit* sont des cas particuliers.

Si ces deux dernières surfaces sont étudiées en partie dans la géométrie élémentaire, c'est qu'elles jouissent, avec quelque restriction, de la propriété générale commune à celles qui en forment le domaine. On peut en effet rédiger leurs définitions de la manière suivante :

1° Une surface est *cylindrique droite*, si, regardant *quatre* des points de l'espace qu'elle occupe actuellement comme fixes, on peut, *sans les abandonner*, lui donner ensuite toutes les positions imaginables passant par ces points, sans la déranger du lieu de l'espace qu'elle occupait d'abord; ce qui permet de faire coïncider successivement tous ses points avec un quelconque des points choisis.

On pourra donc encore façonner les corps sous la forme cylindrique droite sans faire usage d'instrumens, et par leur simple frottement mutuel.

2° Une surface est *conique droite*, si, regardant *quatre* des points de l'espace qu'elle occupe actuellement comme fixes, on peut lui donner ensuite quatre groupes de positions *possibles* différentes, n'occupant que quatre lieux différens de l'espace.

Il n'est plus possible ici de faire successivement coïncider tous les points de la surface avec un des quatre points choisis. Aussi ne peut-on pas sans instrument façonner un corps sous la forme conique droite. Le *tour* et la *règle* sont les plus simples des instrumens que l'on puisse concurremment employer pour cet objet.

tiques, connue sous le nom de *Géométrie descriptive*, base indispensable de la science de l'ingénieur.

4. Le cours de topographie et de géodésie, dont nous avons été chargés à l'École d'application du corps royal d'état major, a eu pour but d'appliquer la géométrie descriptive à la représentation graphique des corps en général, et du globe terrestre en particulier. Toutefois, comme le dessin graphique, malgré la généralité de ses moyens d'expression, n'est susceptible que d'un certain degré d'exactitude, nous avons appelé à notre secours, lorsque nous l'avons jugé nécessaire, tant les deux Trigonométries que l'Analyse algébrique.

5. La forme et les dimensions d'un corps seront parfaitement connues, et on en aura donné la description la plus exacte, si l'on est arrivé à *faire connaître d'une manière assez simple les positions de tous les points qui en occupent la surface, les uns à l'égard des autres.*

Toute description d'un corps doit donc tendre à ce but, et celle-là sera la plus parfaite qui en approchera davantage et avec le plus de simplicité.

6. Il est manifeste que toute description graphique d'un corps, si elle est bien faite, doit mettre à même de façonner de la matière sous une forme entièrement semblable à celle du corps décrit. Le corps résultant de cette opération, ordinairement plus petit que celui qu'il représente, se nomme *modèle*, *relief*, *bas-relief*, *plan* et *carte-relief*, *demi-bosse*, *ronde-bosse*, etc., suivant le genre des corps dont il retrace la forme.

IIe §. *Comment on peut rapporter des points quelconques de l'espace, à des repères géométriques.*

Art. I. *Des points de repère.*

7. Pour arriver à la connaissance de la disposition respective d'un nombre quelconque de points situés dans l'espace, il est nécessaire de les rapporter à un nombre suffisant de repères géométriques, propres à conduire à leur position individuelle. Les repères à préférer seront ceux qui conduiront à chacun de ces points, par la route la plus simple et la plus directe, laquelle est évidemment la ligne droite plus courte distance de ces points aux repères choisis.

Or, ces repères ne pouvant être que des points, des lignes ou des surfaces, il convient d'examiner successivement les résultats qui leur sont particuliers.

8. Prenons d'abord un nombre suffisant de *points de repère* parmi ceux dont nous voulons arrêter les positions relatives. Si l'on connaît la plus courte distance d'un point indéterminé au *premier point de repère*, on sait déjà que le point indéterminé doit se trouver quelque part sur la surface d'une sphère qui aurait pour centre ce *premier point de repère*, et pour rayon la plus courte distance mentionnée.

Si l'on connaît encore la plus courte distance du point indéterminé à un *second point de repère*, il devra de même se trouver quelque part à la surface d'une seconde sphère qui aurait ce repère pour

centre, et pour rayon sa plus courte distance au point indéterminé; d'où il résulte que ce dernier point doit se trouver nécessairement sur la circonférence de cercle intersection des deux sphères imaginées.

Ainsi donc, si l'on connaît enfin la distance du point indéterminé à un *troisième point de repère*, il devra se trouver à la surface d'une troisième sphère ayant ce troisième repère pour centre, et pour rayon la plus courte distance actuelle. Ce point sera donc l'une des deux intersections de la circonférence de cercle où nous avons vu qu'il doit se trouver, avec la surface de la troisième sphère considérée: ou, ce qui est la même chose, l'un des deux points de rencontre de cette circonférence de cercle, avec celle qui résulterait de l'intersection de son plan par la surface de la troisième sphère mentionnée.

Or, comme les deux points d'intersection entre lesquels notre choix doit se fixer, ne se trouvent jamais du même côté du plan que déterminent les trois *points de repère*, centres des sphères imaginées, il nous suffira dans tous les cas, pour n'avoir aucune incertitude, de savoir de quel côté de ce plan se trouve le point indéterminé.

9. Trois des points considérés, pris pour repères, sont donc suffisans pour conduire aux positions de tous les autres, à l'aide des plus courtes distances qui les en séparent. Néanmoins comme il est impossible d'arriver aux points indéterminés, autrement que par les surfaces sphériques dont ils sont les intersections mutuelles; que l'on ne peut assi-

gner immédiatement à chaque point de repère la direction dans l'espace, du rayon de sphère, plus courte distance qui conduit à l'un quelconque des points indéterminés, il convient d'examiner si, en prenant des repères d'autre nature, on ne pourrait pas se procurer un pareil avantage.

Art. II. *Des lignes de repère.*

10. Les résultats les plus simples que puissent nous fournir des *repères linéaires*, sont évidemment ceux où nous serons conduits en prenant des lignes droites, passant chacune par deux des points dont nous voulons connaître les positions relatives. C'est donc d'un pareil système de repères qu'il convient de nous occuper actuellement. Et d'abord, si l'on connaît la valeur de la plus courte distance du point indéterminé à une première *droite de repère*, on sait par-là même que ce point indéterminé doit se trouver sur une surface cylindrique, ayant pour axe cette *droite de repère*, et pour section perpendiculaire à cet axe, une circonférence de cercle d'un rayon égal à la plus courte distance mentionnée.

Mais si, avec la longueur de la plus courte distance donnée, on connaît encore le lieu de son pied sur la droite de repère, il est clair que le point indéterminé ne peut se trouver que sur la circonférence de cercle intersection du cylindre mentionné avec un plan passant par le pied de la plus courte distance, et perpendiculaire à la première droite de repère.

Si l'on connaît de même la plus courte distance

du point indéterminé à une seconde *droite de repère*, ainsi que le pied de cette distance sur cette droite, on sait que le lieu du point considéré doit se trouver sur une seconde circonférence de cercle d'un rayon égal à la plus courte distance actuelle, et située dans le plan perpendiculaire à la deuxième droite de repère, passant par le pied de la plus courte distance où le centre du cercle est situé.

Donc la position du point indéterminé ne peut être que le point ou, au plus, l'un des deux points d'intersection des deux circonférences de cercle, où nous avons vu qu'elle doit se trouver. Les plus courtes distances d'un point à deux droites de repère suffisent donc avec leurs pieds, pour déterminer la position de ce point. Car si les circonférences de cercle considérées se coupent en deux points, c'est qu'alors les droites de repère se rencontreront et détermineront un plan unique relativement auquel les intersections seront symétriquement placées, et l'on saura toujours laquelle des deux est la position du point indéterminé, d'après le côté du plan où ce point se trouvera.

11. On voit ainsi qu'en prenant des *droites de repère*, deux suffisent au lieu de trois *points de repère* qu'il nous a fallu précédemment. Il en serait de même si au lieu de lignes droites on prenait des *lignes courbes* quelconques pour repères, car alors la position du point qu'on leur rapporterait, serait à la fois sur deux circonférences de cercle ayant pour centre les pieds des plus courtes distances sur les *courbes de repère*, et situées dans des plans *normaux*

ou perpendiculaires à ces lignes. Toutefois ne pouvant arriver, dans le cas actuel, à la position du point indéterminé sans passer par les deux circonférences de cercle considérées, on ne peut non plus assigner ici les directions immédiates des plus courtes distances qui conduisent directement des droites de repère aux points mentionnés. Il nous reste donc à examiner si des *surfaces de repère* ne nous offriront pas cet avantage.

Art. III. *Des surfaces de repère.*

12. Il est manifeste que les résultats les plus simples que puissent fournir des *surfaces de repère*, résulteront de l'emploi de surfaces planes. Or en rapportant un point quelconque, *M fig.* 1, à un *plan de repère RPE*, au moyen de sa plus courte distance *Mm* à ce plan, et du pied *m* de cette plus courte distance, il est clair que le lieu du point considéré sera l'extrémité *M* d'une perpendiculaire *mM*, au *plan de repère*, égale à la plus courte distance connue, partant du pied *m* de celle-ci sur le plan, et dirigée du côté vers lequel on sait que le point se trouve situé.

13. Un seul *plan de repère RPE* passant par trois des points qu'on veut lui rapporter, est donc suffisant pour conduire, à l'aide de droites perpendiculaires dont on connaît les pieds m, m', m'', m''', sur ce plan, aux positions de tant de points M, M', M'', M''', de l'espace, que l'on voudra. Un tel moyen de donner une idée précise des positions des points de la surface d'un corps, est évidemment le plus simple

de tous ceux que l'on pourrait imaginer : aussi lui a-t-on généralement accordé la préférence.

On désigne ordinairement le *plan de repère RPE* sous le nom de *plan de projection*, les plus courtes distances Mm, $M'm'$ sous celui d'*ordonnées*, et leurs pieds m, m', m'', par le nom de *projections orthogonales* des points M, M', M'' de l'espace correspondans.

14. La description graphique d'un corps, ou, si l'on veut, le moyen de donner graphiquement sur sa forme et sur ses dimensions toutes les notions désirables, se réduit ainsi aux deux choses suivantes :

1° *Faire connaître les positions relatives des projections orthogonales de tous les points de la surface de ce corps, sur un plan de projection ;*

2° *Faire connaître les longueurs réelles de chacune des ordonnées correspondantes.*

15. Ce que nous venons de dire pour un plan s'étendra facilement à l'emploi d'une *surface courbe de repère RPE*, *fig.* 2. On peut en effet lui rapporter également les points quelconques M, M', M'', à l'aide de leurs plus courtes distances Mm, $M'm'$, $M''m''$ et des pieds m, m', m'' de celles-ci sur cette surface. La seule différence qui existe sera la difficulté de déterminer, pour tous les cas, les directions des perpendiculaires ou *normales* à la surface courbe de repère, directions dont la connaissance est indispensable, puisque c'est le long de pareilles lignes que se comptent les plus courtes distances mentionnées.

La surface courbe de repère se nomme encore *surface de projection*, les portions des normales comprises entre elle et les points de l'espace *ordonnées*,

et les pieds de ces normales sur la surface de repère *projection orthogonale* des points considérés, sur cette surface.

16. Le mode actuel de projection trouve des applications utiles en géodésie, et dans la construction des cartes géographiques, où l'on emploie encore d'autres genres de projection moins simples, et dont nous n'avons pas cru devoir parler ici. En effet, comme la plupart des dessins graphiques se tracent sur des surfaces réputées planes, des feuilles de papier ou de *vélin*, on n'a besoin de connaître le plus souvent que les détails relatifs à l'emploi de *plans de repère*, et dont nous allons parler dans les paragraphes suivans. Nous nous bornerons à donner ainsi des notions spéciales sur le mode de projection indiqué au commencement de cet article.

IIIe §. *Comment on peut faire connaître les positions relatives des projections orthogonales de tous les points de la surface d'un corps, sur un plan de repère ou de projection déterminé.*

Art. I. *Des points de repère.*

17. Les pieds des perpendiculaires abaissées de tous les points de la surface d'un corps sur un plan de repère choisi, ou, si l'on veut, les *projections orthogonales* de tous ces points, sur un plan de projection, ne doivent être considérés que comme un plus ou moins grand nombre de points situés dans un même plan. Or la plus simple manière de donner une idée précise de l'ensemble des positions

respectives d'un nombre quelconque de points distribués sur une surface plane, est de les rapporter à un nombre suffisant de repères géométriques situés dans ce plan, comme on l'a pratiqué à l'égard des points distribués dans l'espace.

18. A l'aide de considérations entièrement semblables à celles qui ont été alors exposées, on verra facilement que deux *points de repère* choisis parmi ceux dont on veut fixer les positions relatives, dans un plan, suffisent pour cet objet. Car en employant comme on l'a pratiqué, les plus courtes distances d'un point indéterminé à chacun des deux repères, elles formeront avec la distance de ceux-ci un triangle rectiligne, tel qu'en fournissant un nombre suffisant de ses élémens, on pourra assigner à chaque repère la direction et la longueur du plus court chemin conduisant au point indéterminé, parce qu'on sait d'ailleurs de quel côté de la ligne qui joint les repères ce point se trouve situé.

19. Or, dans le cas actuel, le nombre des combinaisons différentes que l'on peut faire avec les élémens à fournir ou à mesurer, sont au nombre de six. En effet les positions des *points de repère* étant choisies, on peut donner encore

1° Les angles aux deux repères, *fig.* 3;

2° L'angle à un des repères, et celui au point indéterminé, *fig.* 4;

3°. L'angle à un des repères, et la plus courte distance de ce repère au point indéterminé, *fig.* 5;

4°. L'angle au point indéterminé, et la plus courte distance de ce point à un des repères, *fig.* 6;

5. L'angle à l'un des repères et la distance de l'autre repère au point indéterminé, *fig.* 7;

6° Enfin les plus courtes distances du point indéterminé à chacun des deux repères, *fig.* 8.

20. Les deux premières combinaisons d'élémens n'exigent que l'emploi d'un *goniomètre* ou instrument propre à obtenir les valeurs des angles; les 3e, 4e et 5e exigent le concours de cet instrument et d'un autre propre à trouver les longueurs de lignes droites, tel que le *mètre* ou la *chaîne;* et la 6e enfin ne nécessite que l'emploi de ce dernier instrument.

Art. II. *Des droites de repère.*

21. Les deux *points de repère* que l'on vient de considérer seront remplacés par une seule *droite de repère*, *RP*, *fig.* 9, passant par deux des points *RPMM'* qu'on veut lui rapporter, à l'aide de leurs plus courtes distances *Mm*, *M'm'*, et des pieds *m*, *m'*, *m''*, de celles-ci sur cette droite. Ces plus courtes distances étant en effet perpendiculaires à la droite de repère, il ne peut y avoir d'incertitude sur la position du point où chacune d'elles doit conduire; parce qu'on sait toujours de quel côté de la droite choisie *RP*, les points se trouvent situés.

Cette droite se nomme alors *axe*, les longueurs comptées dessus *abscisses*, les plus courtes distances mentionnées *ordonnées*, et les pieds de ces plus courtes distances *projections orthogonales* des points auxquels elles aboutissent.

22. Ici les élémens à fournir sont des longueurs

de droites et un angle constant. On aura donc besoin, en prenant une droite pour repère, d'un instrument propre à mesurer des longueurs de droites, tel qu'un *mètre* ou une *chaîne*, et d'un second instrument donnant l'angle droit. Le dernier a été nommé, pour cette raison *équerre*, quelle que soit sa forme et sa destination spéciale.

23. Au lieu de prendre une droite pour ligne de repère, on peut choisir une ligne courbe quelconque, telle que $Rmm'm''P$, *fig.* 10, passant par un nombre de points suffisant pour arrêter sa place dans le plan de projection. Ce nombre de points dépendra évidemment de la nature particulière de la courbe choisie, à laquelle on pourra toujours rapporter les divers points M, M', M'', etc., en se servant de leurs plus courtes distances Mm, $M'm'$, $M''m''$, etc., à cette ligne, et des pieds m, m', m'' etc., de ces plus courtes distances.

Toute la différence qu'il y a entre l'emploi d'une *courbe de repère* et celui d'une droite de repère, c'est qu'alors on doit compter les plus courtes distances mentionnées le long des *normales* MN, $M'N'$, etc., à la courbe choisie. Il est donc nécessaire, pour pnoser des points m, m', m'', etc., aux points correspondans M, M', M'', etc., qu'on veut rapporter à cette courbe, de savoir lui conduire des normales passant par un quelconque de ses points assigné.

La courbe de repère $Rmm'm''R$ se nomme encore *axe curviligne*, ses plus courtes distances Mm, $M'm'$ etc., aux points qu'on lui rapporte *ordonnées* de ces points, et les pieds m, m', m'', etc., de celles-ci *pro-*

jections orthogonales des points mentionnés sur l'axe curviligne.

24. On conclura de ce qui précède, qu'à moins d'y être obligé par des considérations particulières, comme cela arrive quelquefois, il faut toujours donner la préférence à l'emploi d'une droite de repère.

IVe §. *Comment on peut faire connaître les longueurs des perpendiculaires abaissées de tous les points de la surface d'un corps, sur une surface de repère ou de projection.*

Art. I. *Des cotes de distance au plan de repère ou de projection.*

25. On peut faire connaître, de plusieurs manières, les longueurs des ordonnées ou perpendiculaires abaissées de tous les points de la surface du corps à décrire, sur un plan de repère ou de projection. Nous allons examiner tour à tour celles qui sont le plus fréquemment employées.

Le moyen qui se présente d'abord consiste à écrire en chiffres, à côté du pied de l'ordonnée, sur le plan de repère ou de projection, la valeur numérique ou *cote* de sa longueur à faire connaître. Il est évident que l'emploi de cette méthode indiquée par la figure 11, exige que le nombre de *cotes* soit très-limité, pour être facilement distinguées les unes des autres. En d'autres termes, on ne peut appliquer ce procédé qu'à la description des corps à surface très-simple; pouvant être déterminée par un petit nombre de points caractéristiques. D'ail-

leurs comme ce moyen n'est point du tout graphique, nous n'en dirons pas ici davantage.

Art. II. *Des projections orthogonales sur un plan coordonné au plan de repère, nommées* élévations.

26. Si le nombre d'ordonnées nécessaires à la détermination de la forme du corps à décrire, n'est pas très-considérable, il vaut bien mieux concevoir un second plan de projection *CO*, *fig.* 12, perpendiculaire au plan de repère *RP* considéré, auquel ces ordonnées seront parallèles, et sur lequel elles se projetteront ainsi orthogonalement, suivant leur véritable longueur. On pourra donc tracer sur ce second plan *coordonné* les projections des ordonnées mentionnées, à partir de son intersection *TT* avec le plan de repère. Les extrémités de ces lignes, nouvelles projections des points caractéristiques de la surface du corps, décriront sur ce plan le dessin graphique nommé *élévation* de ce corps, comme cela est représenté par la figure qui exprime les mêmes formes que celle de l'article précédent; savoir deux parallélipipèdes rectangles posés l'un au-dessus de l'autre sur le plan de repère, et de telle sorte que leurs faces correspondantes, perpendiculaires à ce plan, sont parallèles entre elles et également distantes.

27. Dans ce cas les projections des points et des arêtes caractéristiques du corps qui regardent le plan coordonné, et celles des points et des arêtes situés en avant de ce plan, se superposeront. Pour obvier à cet inconvénient on a coutume de cons-

truire des élévations sur plusieurs plans coordonnés au plan de repère, et dans lesquelles on ne tient compte que des points et arêtes remarquables situés en avant des plans auxquels elles se rapportent. On conçoit en effet que ces élévations peuvent être construites en assez grande quantité, ou offrir le corps à décrire sous un nombre d'aspects suffisant, pour en faire connaître toutes les parties.

Art. III. *Des sections perpendiculaires au plan de repère nommées* coupes *ou* profils.

28. Si la forme du corps à décrire est compliquée, il faut combiner le plan coordonné au plan de repère avec plusieurs plans parallèles et équidistans pour plus de simplicité. Ces plans qui seront déterminés de position par leur trace sur le plan de repère, couperont la surface du corps à décrire, suivant des courbes nommées *coupes* ou *profils*. En prenant un assez grand nombre de ces coupes pour que de l'une à l'autre, une droite située dans un plan perpendiculaire à la fois au plan de repère et aux plans coupans puisse être regardée comme s'appliquant sensiblement sur la surface du corps, on aura donné une description complète de sa surface.

29. Nous allons faire voir en effet que la connaissance des seules ordonnées nécessaires à la construction des coupes mentionnées, sera suffisante pour obtenir, dans tous les cas, par une construction fort simple, les longueurs des ordonnées des points intermédiaires de la surface du corps à décrire.

Soit en effet p le profil du corps, suivant le plan coordonné dont PP, *fig.* 13, est l'intersection avec le plan de repère. Soient encore p', p'', p''', etc., les projections orthogonales sur le plan coordonné, des profils fournis par des plans coupans, perpendiculaires au plan de repère, et dont les traces $P'P'$, $P''P''$, etc., sur ce plan sont parallèles à PP. Les courbes p', p'', p''', etc., sont ainsi égales aux coupes obtenues à la surface du corps à décrire, et, en conséquence, ne présentent pas plus de difficultés à construire que ces coupes elles-mêmes, dont nous devons supposer ici la forme particulière connue. Soit enfin M le pied de la plus courte distance d'un point quelconque de la surface du corps au plan de repère, distance ou *ordonnée* dont il s'agit de trouver la valeur.

Pour cela conduisons par M la trace NN' d'un plan perpendiculaire à la fois au plan de repère et aux plans coupans; ce plan contiendra l'ordonnée cherchée, dont la projection sur le plan coordonné tombera suivant la ligne Mn perpendiculaire à PP. Cela posé, faisons pirouetter le plan considéré autour de l'ordonnée cherchée, jusqu'à ce qu'il devienne parallèle au plan coordonné. Dans ce mouvement ses intersections avec les plans coupans $P'P'$, $P''P''$, dont N et N' sont les projections sur le plan de repère, seront entraînées de manière à s'y projeter actuellement aux points L et L'. Par suite aussi du même mouvement, les points où les deux intersections mentionnées pénètrent la surface du corps, et dont n et n' sont les projections sur le plan coordonné, seront déplacées de manière à s'y

projeter actuellement aux points l, l', intersections respectives des droites nl, $n'l'$, parallèles à PP, et des droites Ll, $L'l'$, perpendiculaires à cette même droite PP. Il suit de là que la droite qui, sur la surface du corps, joint les points de pénétration, se projetant d'abord en n et n', aura pour projection actuelle la ligne ll'; or la projection nn' de l'ordonnée cherchée coupe au point m la ligne ll', ce point m est donc la projection de l'extrémité de l'ordonnée inconnue, laquelle a ainsi pour longueur la ligne Mm, qui est sa projection sur le plan coordonné.

30. Puisqu'il est possible, ainsi que nous venons de le démontrer, de trouver les longueurs de toutes les ordonnées comprises entre la surface d'un corps et un plan de repère ou de projection, en partant de *coupes* ou *profils* de ce corps fournis par des plans perpendiculaires au plan de repère, convenablement rapprochés, il faut en conclure que ces coupes ou profils primitifs suffisent pour obtenir le profil ou la coupe du corps suivant une surface cylindrique quelconque, perpendiculaire aussi au plan de repère ou de projection. C'est ainsi que dans la figure, on a tracé la projection $pp'p''p'''$ de la coupe opérée dans la surface représentée, par la surface cylindrique perpendiculaire au plan de repère et ayant pour base sur ce plan la courbe $PP'P''P'''$.

31. Nous ferons toutefois remarquer ici que le plan de repère étant toujours, et surtout en topographie, plus important que son coordonné, il faut nécessairement tracer deux dessins pour appliquer les profils à la description des corps. On pourrait

bien, jusqu'à un certain point, se passer de la projection du corps sur le plan de repère; car si les plans coupans parallèles au plan coordonné sont équidistans, leur éloignement de ce dernier plan sera toujours connu, soit à l'aide d'une seule cote écrite sur chaque profil, ou de tout autre moyen conventionnel, soit par la simple disposition de ces profils, lorsque la nature de la surface coupée le permettra. On pourrait donc assez simplement connaître les distances, au plan coordonné, des points de la surface du corps compris entre deux profils quelconques; car la distance au plan coordonné, du point qui s'y projette en *m*, par exemple, se compose de la distance du profil *p'p'*, plus d'une portion de l'équidistance des plans coupans qui est à la longueur de cette équidistance comme la ligne *mn* est à la ligne *nn'*.

32. Le nivellement fournit divers moyens d'obtenir les coupes ou profils relatifs à un terrain quelconque, opérés suivant des plans verticaux: et nous avons imaginé en 1816 un *tranchoir* ou instrument fort simple, à l'aide duquel on peut tracer à la surface des corps de dimension convenable, avec une pointe, ou mieux, par le mouvement continu d'une *roulette*, des coupes dans deux systèmes de plans parallèles se croisant à angles droits. M. le chef d'escadron Maissiat se sert habituellement du *tranchoir* pour préparer les épreuves du beau relief du *Mont-Tonnerre* qu'il a construit d'après ses levés, ainsi que les autres reliefs qu'il fait dessiner à MM. les élèves de l'École d'application du corps

royal d'état-major. La description et l'usage de notre instrument pour l'objet dont nous venons de parler seront expliqués dans la sixième livraison de cet ouvrage.

Art. IV. *Des* tranches *ou sections parallèles au plan de repère ou de projection.*

33. En concevant le corps à décrire coupé par des plans parallèles au plan de repère, auquel sont rapportés tous les points de sa surface, on obtiendra des intersections planes nommées *tranches*, et les points de chacune de ces courbes seront évidemment tous à la même distance du plan de repère mentionné, et auront ainsi des ordonnées égales entre elles. Il n'est pas moins évident que la projection orthogonale de chaque tranche sur le plan de repère, sera une courbe de même forme et de même grandeur que la tranche elle-même. Si donc on écrit une seule cote de distance sur chacune de ces projections, et si le nombre de tranches est pris suffisamment grand pour que de l'une à l'autre, la ligne droite la plus courte puisse être regardée comme s'appliquant sensiblement sur la zone comprise de la surface du corps, la description de cette surface sera complète.

34. On pourra en effet, à l'aide des élémens mentionnés, trouver par une construction fort simple l'ordonnée d'un point de la surface de ce corps situé entre deux tranches, et désigné par sa projection orthogonale sur le plan de repère, ainsi qu'on va le faire voir.

Soit pour cela TT, $T'T'$ etc., *fig.* 14, les projections orthogonales sur le plan de repère, des tranches obtenues à la surface du corps à décrire par un système de plans parallèles au plan mentionné. Les distances des plans coupans à ce repère étant connues, il est clair que l'ordonnée correspondant au point de la surface du corps, dont M est la projection, se composera d'une partie connue, égale à l'ordonnée constante de tous les points de la tranche projetée en $T''T''T''$, et d'une autre partie inconnue, égale à la distance du point de la surface considéré au plan coupant qui a fourni cette tranche, partie qu'il nous reste donc à trouver. Pour cela conduisons par le point M la ligne NMN', plus courte distance des projections de tranches $T'T'$, $T'''T'''$, cette ligne, ainsi qu'il sera démontré au numéro suivant, est la projection de la ligne plus courte distance des tranches elles-mêmes, passant par le point de la surface du corps dont M est la projection. Donc cette dernière plus courte distance forme avec la ligne NN' et la distance des plans des deux tranches considérées, un triangle rectangle dont elle est l'hypoténuse. Construisons ce triangle, en prenant $N'n'$ perpendiculaire à NN', égale à la distance des plans mentionnés, et en joignant N et n'; cela fait, si par M on conduit Mm perpendiculaire à NN', la ligne Mm sera égale à la distance du point de la surface du corps en question, au plan de la tranche projetée en $T'T'$, distance qu'il fallait trouver. On connaît donc l'ordonnée totale du point désigné par sa projection M sur le plan de repère.

35. Pour justifier la construction précédente, il est nécessaire de faire voir que la ligne la plus courte NO, *fig.* 15, qu'il est possible de conduire entre deux tranches PN, OQ, par un point M pris sur la zone de surface comprise, reste aussi en projection sur le plan de repère, la plus courte des lignes qu'il est possible de conduire par la projection m de M, entre les projections pn, oq des tranches considérées. Soit en effet PQ, une ligne passant par M, et telle que $PQ > NO$; cette ligne se projettera en qmp sur le plan de repère, et si par N et P, on conduit les lignes NO', PQ' respectivement parallèles à no et pq, on aura $NO' = no$, $PQ' = pq$, et $OO' = QQ'$. Or des deux triangles rectangles PQQ', NOO', qui ont un côté égal, celui-là aura le second côté plus grand, qui a l'hypoténuse plus grande, donc $NO' < PQ'$, ou $no < pq$, ce qu'il fallait faire voir.

36. On doit conclure de ce qui précède, que la connaissance d'un nombre suffisant de tranches conçues à la surface du corps à décrire, et fournies par des plans parallèles au plan de repère, équidistans pour plus de simplicité, donne le moyen de trouver les longueurs des ordonnées de tous les points de la surface de ce corps ; et par suite aussi la facilité d'en construire le profil ou la coupe suivant une surface cylindrique quelconque perpendiculaire au plan de repère ou de projection, telle que celle qui aurait pour base sur ce plan la courbe TT′T″T‴. En comparant d'ailleurs le mode actuel de description des corps n'exigeant que le seul dessin de leur projection sur le plan de repère, avec ceux

exposés précédemment, on n'aura pas de peine à lui accorder la préférence.

37. Le nivellement sert encore à trouver les points du terrain composant une même tranche opérée par un plan horizontal, et lorsqu'il s'agit de corps de dimension convenable, notre *tranchoir* fournit aussi ces coupes avec rapidité. Nous avons donc pu supposer précédemment les tranches connues puisque, dans tous les cas, on est à même de les obtenir. Au reste quelques cotes éparses sur les projections des tranches imaginées suffiront pour exprimer les distances de ces traces elles-mêmes au plan de repère, quand il arrivera que les positions respectives de ces projections ne feront pas ressortir les positions des tranches les unes à l'égard des autres. On verra en son lieu que lorsqu'il s'agit des tranches conçues à la surface d'un terrain assez étendu, ces courbes sont ordinairement rentrantes, et comme elles vont en talutant, les projections des plus basses embrassent généralement celles des plus élevées, ainsi qu'on l'a représenté dans la *fig.* 14.

Art. V. *Des lignes de plus grande inclinaison vers le plan de repère ou de projection.*

38. Parmi toutes les petites portions ou élémens de courbes *MN*, *ME*, *MM'*, *fig.* 16, que l'on peut tracer autour d'un point *M*, sur une surface courbe rapportée à un plan de repère *RP*, il en est deux qui affectent des positions remarquables relativement à ce plan, et que nous allons chercher à reconnaître.

Pour cela observons que tous les élémens dont nous avons parlé, peuvent être considérés comme de petites portions de lignes droites situées dans le plan tangent à la surface mentionnée, pour le point M où ils passent. Ces élémens pourront donc être regardés comme provenant de l'intersection de ce plan tangent, par des plans passant au point de contact M, et perpendiculaires au plan de repère ou de projection RP. Or ce dernier plan est coupé par le plan tangent, suivant une droite TA, à laquelle un des plans coupans, celui dont mn est la trace, est parallèle, et un autre, celui dont la trace est mT, est perpendiculaire. Donc des élémens MN et MM', contenus dans ces plans coupans, le premier est parallèle au plan de repère, et fait conséquemment partie de la *tranche* NMN' passant par le point considéré. Le second élément MM' coupe ainsi le premier à angles droits, et fait en conséquence avec le plan de projection un angle égal à celui que fait avec lui le plan tangent, angle qui est ainsi plus grand que ceux relatifs à tous les élémens ME dont nous avons parlé. Cet élément MM' fait donc partie de la *ligne* $MM'M''M'''$ *de plus grande inclinaison* vers le plan de repère passant par le point M considéré.

39. Pour se former une idée nette de cette ligne courbe, concevons à l'extrémité M' de l'élément que nous venons d'en considérer, la portion adjacente $M'N''$ de la *tranche* correspondante, le second élément $M'M''$ de la *ligne de plus grande inclinaison* lui sera perpendiculaire; en sorte qu'en allant d'é-

lément en élément on tracera sur la surface à décrire, sinon une ligne courbe de plus grande inclinaison, du moins une courbe à double courbure qui en différera d'autant moins que les élémens employés pour son tracé auront été pris plus petits.

40. Observons en outre, ce qui est une propriété très-remarquable, que la projection mm' de l'élément MM' de la ligne de plus grande inclinaison vers le plan de repère, coupe à angles droits la projection mn' de l'élément MN' de la tranche correspondante. D'où il faut conclure que *la projection d'une ligne de plus grande inclinaison jouit de la propriété de couper à angles droits, les projections de toutes les tranches parallèles au plan de repère.*

41. Nous avons supposé que si l'élément MM', ou mieux, si la ligne MT contenue dans le plan tangent au point N de la surface courbe considérée, faisait avec le plan de projection le même angle que le plan tangent, cet angle était plus grand que celui formé avec le même plan de projection par tout autre élément ME, dépendant de la ligne MA située aussi dans le plan tangent. Cette vérité est facile à démontrer, car les lignes MT, mT, devant être perpendiculaires à la trace AT du plan tangent, MA et mA sont des obliques plus longues que ces perpendiculaires. Ainsi des deux triangles MAm, MTm rectangles en m, et ayant le côté Mm commun, le premier a un angle aigu MAm plus petit que MTm, ou que l'angle du plan tangent avec le plan de projection, et comme l'angle MAm est celui que

fait avec ce plan l'élément *ME* considéré, il s'ensuit que ce qui était à démontrer est véritable.

42. Faisons voir maintenant que si on connaît les projections d'un nombre suffisant de lignes de plus grande inclinaison vers le plan de repère, conçues à la surface du corps à décrire, et les ordonnées d'un nombre de points de l'une quelconque d'entre elles suffisant pour en conclure les ordonnées de tous les autres points de cette ligne; il est facile d'obtenir graphiquement l'ordonnée d'un point quelconque de la surface du corps à décrire, désigné par sa projection sur le plan de repère.

Soit pour cela *AMC*, *fig.* 17, la projection sur un plan coordonné de la ligne de plus grande inclinaison dont *l'm'* est la projection sur le plan de repère, *AB* étant sur ce plan la trace du plan coordonné. Par le point *m*, projection de celui dont il fait obtenir l'ordonnée, conduisons une ligne *m'mm''* coupant à angles droits les projections des lignes de plus grande inclinaison *l'l'*, *l''l''*, *FF*, *TT*, cette ligne courbe sera, n° 40, la projection d'une tranche parallèle au plan de repère, tous ses points seront donc à la même distance de ce plan. Or, comme le point *m'* est la projection d'un point de la ligne *l'l'* de plus grande inclinaison, projetée en *AMC*, *pM* perpendiculaire à *AB*, sera l'ordonnée commune à tous les points de la tranche *m'mm''*, et par suite aussi l'ordonnée cherchée du point assigné par sa projection *m*, sur le plan de repère.

43. Il faut conclure de ce qu'on vient de démontrer, que l'on aura parfaitement décrit la forme d'un

corps, en faisant connaître sur un plan de repère les projections orthogonales d'un nombre suffisant de lignes de plus grande inclinaison vers ce plan, conçues à la surface du corps, et seulement la projection orthogonale d'une de ces lignes, sur un plan coordonné. On peut en effet construire d'après de pareilles données le profil ou la coupe de la surface à décrire suivant une surface cylindrique quelconque perpendiculaire au plan de repère choisi.

Toutefois comme la construction employée, exige le dessin des projections des tranches d'après celles des lignes de plus grande inclinaison données, il faut aussi conclure que, sous ce point de vue, la méthode actuelle de représentation est inférieure à celle où l'on emploie les tranches elles-mêmes.

44. Lorsqu'il s'agit de décrire les formes d'un terrain quelconque, le plan de repère est horizontal, et les *lignes de plus grande inclinaison*, sont alors nommées *lignes de plus grande pente*. Le nivellement fournit les moyens d'obtenir ces lignes, ou du moins ainsi qu'on l'a dit n° 39, des lignes à double courbure qui peuvent sensiblement les remplacer, et la manière d'opérer sur le terrain est d'ailleurs tout-à-fait conforme aux observations qui font le sujet du numéro mentionné.

45. On peut déjà reconnaître la fausseté du préjugé de quelques topographes, qui prétendent juger plus facilement à vue, de la position de l'élément d'une ligne de plus grande pente passant en un point du terrain, que de celle de l'élément de la tranche correspondante. Comme s'il pouvait passer

plus d'un plan horizontal par l'œil d'un observateur, et s'il n'y passait pas au contraire une infinité de plans verticaux, parmi lesquels un seul, indéterminé si l'on ne tient d'abord compte de la tranche, doit contenir l'élément de la ligne de plus grande pente.

Aussi est-il impossible d'imaginer un instrument propre à tracer sur un corps, les lignes de plus grande inclinaison vers un plan de repère; tandis que le *tranchoir* que nous avons inventé, donne d'un mouvement continu les profils et les tranches relatifs à un corps de forme quelconque. Le seul moyen praticable d'obtenir sur un tel corps les lignes de plus grande inclinaison, est d'y tracer d'abord un système de tranches suffisamment rapprochées, et de dessiner ensuite à vue, en allant de l'une à l'autre, une courbe qui les coupe à angles droits, laquelle, n° 39, pourra être ainsi prise pour une des lignes à obtenir.

46. Au reste malgré le peu d'expression des lignes de plus grande pente, on ne laisse pas d'en faire un heureux usage sous le nom de *hachures* dans le dessin de la carte, en les combinant tacitement avec des tranches horizontales verticalement équidistantes. On trouvera dans la sixième livraison de cet ouvrage, tous les détails que l'on pourra désirer sur les diverses méthodes employées pour les rendre propres à exprimer, le mieux possible, le relief du terrain. Nous y exposerons aussi la méthode que nous avons proposée dès 1817, et qui consiste à espacer les *hachures* d'une quantité

proportionnelle à leur longueur, quantité que pour la facilité de l'exécution, nous avons fixée au quart ou au huitième de la longueur de la *hachure*.

V^e. §. *Applications des notions précédentes.*

Art. I. *Des polyèdres ou des corps terminés par des portions de surfaces planes.*

47. Si l'on a à décrire un polyèdre, c'est-à-dire un corps entièrement terminé par des portions de surfaces planes, il est évident que l'on aura complétement réussi à donner sur sa forme toutes les notions désirables, en traçant les projections orthogonales de tous ses sommets qui sont les points caractéristiques de sa surface, d'abord sur le plan de repère, et puis sur un plan coordonné.

48. Lorsqu'il s'agira de parallélipipèdes rectangles, comme cela a presque toujours lieu quand il faut décrire des édifices publics ou particuliers, des travaux d'art, des machines, des objets d'ameublement, etc., on conçoit de quel avantage doit être le mode actuel de représentation. En effet, dans les corps dont nous venons de parler, il existe toujours des faces verticales et des faces horizontales; ce qui fait que l'on prend un plan horizontal pour plan de repère, et un plan vertical pour plan coordonné. Sur le premier on dessine les projections des faces horizontales ou *les plans* du corps à décrire, et sur le second celles des faces verticales, ou les *élévations*, *coupes* et *profils* de ce corps.

49. Si des surfaces coniques ou cylindriques,

font accidentellement partie de celle du corps à décrire, le plus souvent les génératrices des cylindres sont horizontales ou verticales, et les cônes en question sont ordinairement droits et ont pour axe une horizontale ou une verticale. Dans les plans comme dans les élévations et les coupes, les cylindres pourront donc être généralement représentés par leurs courbes de base ou par des lignes droites, et les cônes par des cercles et des lignes droites.

50. S'il était nécessaire de faire connaître des points ou des lignes remarquables distribués sur les faces du polyèdre, on dessinerait en outre sur une surface plane chacune de ses faces en particulier, avec l'indication des points et des lignes mentionnés qui y seraient contenus.

51. On peut encore quoique la chose soit généralement moins simple, tracer sur le plan de repère ou sur son coordonné, les projections de ces points ou de ces lignes remarquables. Dans ce cas, le dessin des faces peut devenir moins expressif et même très-confus, par la superposition possible des représentations de plusieurs faces différentes. Cependant en construisant de pareilles projections sur plusieurs plans coordonnés, ainsi qu'il a été dit n° 27, et en ne tenant compte que des faces du polyèdre situées en avant de chacun de ces plans, on obtiendra des dessins très-intelligibles, et qui suffiront pour donner une idée précise des positions des points et lignes remarquables distribués sur les diverses faces du polyèdre à décrire.

52. Dans le cas où le polyèdre se réduira à un

parallélipipède rectangle à faces verticales et horizontales, on pourra dans le but de remplir l'objet que nous avons actuellement en vue, agir comme on vient de le dire, avec cette seule différence, que le plan de repère sera horizontal, et que les plans coordonnés verticaux seront pris parallèles chacun à une des faces verticales du corps à décrire. Il est clair qu'alors les figures formées dans chacune de ces faces, par les points et lignes remarquables qu'il s'agit de faire connaître, se projetteront orthogonalement sur ces plans respectifs suivant des figures égales à elles-mêmes. Les élévations ainsi obtenues sont donc les dessins les plus expressifs que l'on puisse construire, aussi reviennent-elles dans le cas particulier que nous examinons aux dessins que nous avons prescrit d'exécuter n° 50.

Art. II. *Des corps polyédriques ou terminés par des faces distinctes tant à courbure convexe ou concave continue qu'à courbure infléchie.*

53. Si le corps à décrire n'est pas un polyèdre parfait, ou en d'autres termes, si composé de faces bien distinctes entre elles, ces faces ne sont pas des portions de surfaces planes; on pourra toujours concevoir un vrai polyèdre ayant les mêmes sommets, et dont les faces planes différeront plus ou moins des faces ondulées du corps polyédrique proposé.

L'intersection mutuelle des faces de ce corps et des faces correspondantes du polyèdre imaginé,

donnera naissance à des tranches ou courbes planes plus ou moins irrégulières, séparant les portions des faces du corps polyédrique, situées au dehors du polyèdre imaginé, des portions situées au dedans de ce polyèdre. On pourra donc rapporter à chaque face de celui-ci, que l'on sait décrire, prise pour nouveau repère, les divers points des faces correspondantes du corps polyèdrique considéré. Ainsi qu'on l'a vu, cela peut être fait de cinq manières, parmi lesquelles il est convenable dans le cas actuel de n'employer que les suivantes : 1° des *profils* ou *coupes*, suivant des plans perpendiculaires à la face du polyèdre imaginé prise pour plan de repère ou plan actuel de projection ; 2° des *tranches* ou sections opérées par des plans parallèles à cette face, et 3° enfin des *lignes de plus grande inclinaison* vers cette même face. Il faudra choisir, entre ces divers moyens, celui qui sera le plus convenable au but que l'on aura en vue, ou encore celui qui rentrera le plus dans les moyens disponibles d'obtenir les données qu'il emploie.

54. S'il fallait, tout en faisant connaître la forme du corps, décrire encore les lignes et points remarquables distribués à sa surface, il faudrait obtenir les projections orthogonales de ces points et de ces lignes, sur les faces du polyèdre imaginé correspondant aux faces courbées du corps polyédrique à décrire. Les figures que renfermeront ces projections ne pourront donc jamais être égales ni même semblables aux figures projetées, on ne pourrait remplir cette condition, qu'en s'éloignant

beaucoup des modes de représentation précédemment décrits. Au reste, les projections orthogonales dont nous avons prescrit l'usage suffisent le plus souvent pour peindre, avec assez d'expression, les points et les lignes considérées, distribuées à la surface d'un corps vraiment polyédrique.

Art. III. *Des corps terminés par des surfaces convexes continues, régulières ou irrégulières.*

55. On pourra employer à la description graphique des corps terminés par des surfaces convexes continues régulières ou irrégulières, soit les *coupes* ou *profils* opérés par des plans équidistans parallèles au plan coordonné au plan de repère, soit les *tranches* ou sections parallèles au plan de repère, opérées par des plans équidistans, soit enfin les *lignes de plus grande inclinaison* vers ce plan de repère. Le choix entre ces trois moyens de représentation, dépendra des circonstances, et principalement de l'objet que l'on aura en vue, ainsi qu'on le verra dans la suite. Autrement on devra surtout s'arrêter à celui de ces trois moyens qui pour une forme de corps donnée, et une position connue du plan de repère, fournira le système de courbes offrant le moins de confusion, et conduisant avec le plus de simplicité aux dimensions que l'on aurait le plus d'intérêt à connaître.

56. Toutefois si le corps à décrire a de grandes dimensions, ou, ce qui revient au même, si la courbure de sa surface est très-petite, on pourra le

remplacer par un polyèdre inscrit ou circonscrit, d'un nombre de faces assez grand pour que la différence de la forme de ce dernier, avec celle du corps à décrire, soit aussi petite qu'on voudra.

Bornons nous à l'emploi de polyèdres circonscrits: chaque face a, dans ce cas, un point de contact avec la surface du corps enveloppé, et est ainsi perpendiculaire à la *normale*, à la surface de ce corps pour le point de contact. On fixera donc les positions relatives des seuls points de contact des faces du polyèdre imaginé, et des normales correspondantes; ce qui servira au lieu des sommets des polyèdres employés précédemment, à déterminer la forme et les dimensions du polyèdre circonscrit, et par suite aussi celles du corps à décrire qu'il enveloppe et remplace.

57. C'est surtout quand il faut connaître les positions relatives de points et lignes remarquables situés sur un corps terminé par une surface convexe continue, que l'emploi de polyèdres circonscrits est avantageux. En effet, le plan tangent à une surface courbe quelconque se confond sensiblement avec elle autour du point de contact, dans une étendue d'autant plus grande, que cette surface a une courbure plus petite au point mentionné.

Si donc on compose le polyèdre circonscrit de faces moindres que les portions des plans tangens dont elles font partie, coïncident avec la surface courbe du corps à décrire, il est clair que les points et les lignes remarquables situés à cette

surface pourront être considérés comme occupant la surface du polyèdre circonscrit imaginé. On pourra donc pour les faire connaître agir ainsi qu'il a été prescrit n° 50, c'est-à-dire dessiner à part, sur une surface plane, le détail de tout ce qui est relatif à chaque face du polyèdre en particulier.

Comme ce n'est jamais que de proche en proche qu'il est nécessaire de connaître les figures formées par les points et les lignes remarquables considérées, on sent que l'ensemble de tous les dessins des faces du polyèdre circonscrit au corps de la surface duquel on veut faire connaître les accidens, remplissent avec assez de convenance le but qu'il fallait atteindre.

Art. IV. *Des corps terminés par des surfaces quelconques à courbure infléchie.*

58. La description des corps terminés par des surfaces quelconques à courbure infléchie rentre généralement dans celle des corps terminés par des surfaces convexes continues. On peut en effet employer encore ici des *coupes* ou *profils*, des *tranches*, ou des *lignes de plus grande inclinaison*, conçues à la surface du corps à décrire; en sorte qu'il ne reste plus qu'à reconnaître, dans tous les cas, lequel de ces trois moyens d'expression doit obtenir la préférence.

59. S'il arrive que les inégalités du corps à courbure infléchie à décrire soient fort petites relativement à la masse totale de ce corps, on pourra toujours imaginer une surface convexe continue qui en dessi-

nera la forme générale. Cette surface occupera un lieu moyen entre les saillies du corps et ses rentrans, et on pourra la décrire en suivant le contenu du n° 56, c'est-à-dire en la remplaçant par un polyèdre d'un nombre de faces suffisant pour le rapprocher le plus possible de sa forme particulière. On pourra donc rapporter à chacune des faces de ce polyèdre la portion de la surface du corps correspondante, et obtenir ainsi une série de descriptions partielles de la surface du corps à surface infléchie, lesquelles seront suffisantes pour satisfaire à tous les besoins de sa description générale.

60. Dans chacune des descriptions partielles dont nous venons de parler, on pourra se proposer d'abord de ne faire connaître que la forme particulière de la portion correspondante de la surface infléchie du corps à décrire. On atteindra ce but en employant soit des *coupes* ou *profils*, soit des *tranches*, soit enfin des *lignes de plus grande inclinaison*, relatives à la face du polyèdre imaginé prise pour repère actuel, comme on l'a déjà pratiqué à l'égard des corps polyédriques.

61. Quant aux points et lignes remarquables qui pourraient se trouver à la surface du corps de la description duquel nous nous occupons, il faudra, s'il est nécessaire de les faire connaître, opérer leur projection orthogonale sur la face correspondante du polyèdre imaginé. Cette projection suffira dans la plupart des cas, pour donner sur les points et lignes projetées les notions les plus indispensables; puisque les ondulations du corps à décrire

s'écartent peu de la forme du polyèdre convexe aux faces duquel nous rapportons ses diverses parties.

62. On conçoit facilement qu'il est impossible d'accoter sur un plan, sans laisser entre elles des lacunes plus ou moins grandes, les diverses projections relatives aux faces du polyèdre imaginé. En effet la somme des angles des arêtes aboutissant à chaque sommet de ce polyèdre, étant toujours moindre que quatre angles droits; on ne pourra forcer tous ces angles à s'appliquer sur une surface plane, qu'en les désunissant au moins suivant une des arêtes servant de côté. D'où il suit que si tout autour d'une de ces projections mentionnées, on veut dessiner celles adjacentes sans désunion, on sera forcé d'altérer d'autant plus ces dernières, qu'elles seront plus éloignées de celle autour de laquelle on les aura groupées.

Art. V. *Des corps à surface en partie développable.*

63. Il peut arriver qu'une portion du corps à décrire soit terminée par une surface courbe *développable*, c'est-à-dire par une surface qui puisse se déployer, se dérouler en quelque sorte sur un plan, sans subir de déchirure ni de duplicature, telle que les surfaces coniques et cylindriques. Or, d'après la propriété que nous venons d'attribuer à une surface développable, il faut nécessairement que le plan tangent en un quelconque de ses points le soit aussi tout le long d'une ligne située dans cette surface, et passant par le point de contact d'abord

considéré. Une surface développable est donc composée d'élémens plans, indéfinis dans le sens de leur longueur ; aussi est-il impossible de terminer entièrement un corps par une telle surface.

64. Les moyens de description des surfaces que nous avons détaillés précédemment, s'appliquent aussi bien aux surfaces développables qu'à toutes les autres, nous ne dirons rien de plus à cet égard, pour nous occuper d'un moyen de représentation propre aux surfaces développables en particulier. On concevra sur la portion existante d'une telle surface terminant en partie le corps à décrire, un nombre suffisant de lignes droites pour que de l'une à l'autre leur plus courte distance passant par un point quelconque de la surface intermédiaire, puisse être sensiblement regardée comme une ligne droite. Cela fait on tracera vers les extrémités de la portion de surface existante deux polygones *gauches*, formés d'une suite continue de pareilles lignes de plus courte distance ; et il est clair que l'on sera parvenu au but qu'il fallait atteindre, en arrêtant sur un plan de repère et sur son coordonné les projections des sommets des deux polygones tracés. Ces sommets déterminent en effet des lignes entièrement situées dans la portion de surface développable à décrire, et il en est de même des points homologues des côtés de ces polygones, côtés qui forment généralement avec les lignes mentionnées des espèces de trapèze, élémens plans de surface développable.

65. Si des points et des lignes remarquables étaient distribués sur la portion de surface développable

dont on sait décrire la forme, on pourrait fort simplement les faire connaître en traçant sur un plan, à côté les uns des autres, les trapèzes dont nous venons de parler. La surface considérée sera ainsi développée sans déchirure ni duplicature sur la feuille de papier qui devra en recevoir le dessin, et il ne reste plus, pour l'avoir obtenu, qu'à tracer dans chaque trapèze les figures formées dans le trapèze correspondant de la surface, par les points et les lignes remarquables qui y sont renfermés.

CHAPITRE II.

GÉNÉRALITÉS SUR LES CARTES.

Ier §. *Considérations générales sur la forme du globe terrestre.*

66. La surface du globe terrestre, loin de présenter un aspect régulier, offre au contraire un nombre prodigieux d'inflexions diverses, résultant de l'accotement de masses saillantes plus ou moins volumineuses. Toutefois après avoir reconnu la presque sphéricité parfaite de la forme générale de la terre, un œil exercé ne manque pas de découvrir, dans la variété des accidens de sa surface, l'observation de quelques lois.

On conçoit en effet que les eaux qui la recouvrent maintenant en partie, ayant séjourné sur les continens en plus ou moins grandes masses isolées, l'action continuelle de la pesanteur dut leur communiquer la force de rompre les parois des réservoirs qui s'opposèrent successivement à leur réunion vers les points les plus bas de la surface de la terre, c'est-à-dire les plus voisins de son centre. Dans les mouvemens dont elles furent animées, les eaux durent sillonner le globe au travers des saillies existantes, entraîner les moindres obstacles qui retardaient leur écoulement, et anéantir

ainsi, dans presque toute l'étendue des continens terrestres, l'existence de grandes masses acqueuses, dont les eaux ayant acquis un libre cours ont été se réunir dans l'immense bassin des océans. La poussée des terres, les pluies, ont détruit ensuite les arêtes vives et les surplombs que les mouvemens des eaux avaient pu occasioner en façonnant les terrains en saillie, et ont donné de la stabilité aux formes que la terre a toujours offertes aux regards de l'homme, et que des catastrophes terribles, mais imprévues, pourront seules altérer dans leur ensemble.

67. Nous nous occuperons plus tard, de la recherche des lois de disposition observées dans les groupes des montagnes des divers ordres. Pour le moment et en attendant que la géodésie nous en ait fourni la preuve, nous admettrons ici que la longueur de la circonférence de la terre, dont la forme est en partie dessinée par la superficie à peu près sphérique des mers, est de 40,000,000 de mètres; et qu'ainsi les masses des groupes mentionnés, toutes immenses qu'elles nous paraissent, comparées aux dimensions du globe terrestre, « n'en altèrent pas plus la figure que ne le font « sur l'orange dont la peau est la plus fine, les « aspérités qu'on y remarque (*Lacroix*). »

Il résulte en effet de l'hypothèse précédente, que le rayon de la terre est d'un nombre de mètres égal à $\frac{40000000}{2\pi}$, π désignant le rapport de la circonférence au diamètre, dont une valeur approximative est $\frac{355}{113}$. Calculant cette valeur du rayon

cherché on trouve 6366196$^{mèt.}$ 18; et comme la hauteur des pics les plus élevés de l'Himâlaya au-dessus de la mer, n'est estimée qu'à 7821 mètres, il est clair que l'immense saillie des montagnes du Thibet, pays le plus élevé du globe, n'est guère que la 1628e partie du diamètre de la terre. Les masses des montagnes n'altèrent donc pas autant la sphéricité du globe terrestre, que le font des aspérités de 0$^{mil im.}$ 62, à l'égard d'un globe de $\frac{1}{2}$ mètre de rayon.

68. Quand on voudra décrire le globe terrestre, il faudra donc agir comme on l'a recommandé en parlant des corps terminés par des surfaces quelconques à courbure infléchie, mais dont la forme moyenne est dessinée par une surface convexe continue d'immense dimension, ou à très-petite courbure.

IIe §. *Des cartes topographiques, chorographiques et géographiques, ou descriptions graphiques de la surface du globe terrestre.*

69. En suivant la méthode de représentation détaillée n° 59 et suivans, ainsi que nous venons de montrer qu'il faut le faire quand il s'agit de décrire graphiquement la surface du globe terrestre, on voit qu'il sera possible de tracer des dessins plans, où cette surface puisse être regardée comme géométriquement représentée, tant qu'on n'en considérera que de petites portions, qu'on n'en construira que des descriptions partielles de médiocre

étendue. Alors on peut en effet supposer la portion correspondante de la surface générale de la terre plane, et se confondant sensiblement avec celle de son plan tangent pour le point milieu de la portion de surface à décrire. On peut donc prendre ce plan qui est *horizontal* pour *plan de repère*, et lui rapporter tous les points de la surface réelle du terrain à décrire, au moyen de leurs *plus courtes distances*, dont les directions seront alors sensiblement déterminées par les *verticales* des points considérés, c'est-à-dire par les lignes droites que parcourent au-dessus de ces points les corps qui chutent librement. Les descriptions graphiques partielles auxquelles on est ainsi conduit se nomment *cartes topographiques*, parce qu'elles ne peuvent représenter chacune qu'un lieu, qu'une partie d'un pays plus ou moins étendue.

70. Mais quand le terrain à décrire sur une surface réputée plane comme celle d'une feuille de papier, dépasse l'étendue de la surface générale de la terre que l'on peut, sans erreur sensible, regarder comme plane, ou se confondant avec le plan tangent pour son point milieu : ou en d'autres termes quand il s'agit de rapprocher, de réunir ensemble sur un plan plusieurs cartes topographiques pour en former la représentation d'une portion considérable de la surface de la terre, le dessin que l'on obtient ne peut plus être regardé comme géométriquement semblable au terrain à décrire. Nous avons en effet établi n° 62, qu'il faut plus ou moins dilater les descriptions partielles, pour remplir les

intervalles que l'on est obligé de laisser entre elles afin de pouvoir les appliquer toutes sur un même plan. Les descriptions graphiques ainsi altérées se nomment *cartes chorographiques* ou *particulières*, quand elles n'embrassent qu'un pays, et cartes *géographiques* ou *générales* lorsqu'elles représentent la totalité, ou du moins une grande étendue de la surface du globe terrestre.

71. Afin d'entrevoir la limite $BB''B'B'''$, *fig.* 18, de démarcation entre les cartes *topographiques*, dans lesquelles on fait abstraction de la courbure générale de la surface de la terre, et les cartes *chrorographiques* et *géographiques* où cette courbure se manifeste sensiblement, remarquons que si la longueur de la circonférence de la terre est de 40,000,000 de mètres, l'arc terrestre BAB' d'une amplitude égale à un degré centésimal ou *grade*, aura 100,000 mètres ou 10 myriamètres, ou encore 20 lieues de longueur.

Or on trouve à l'aide de tables trigonométriques, que la différence entre le sinus et la tangente de l'arc de $\frac{1}{2}$ grade est d'environ les $\frac{2}{10000000}$ du rayon des lignes trigonométriques. Et comme nous avons vu que le rayon de la terre réputée sphérique est de 6,366,196 mètres; il s'ensuit que la différence entre la tangente TA et le sinus BS de l'arc terrestre BA, d'une amplitude égale à $\frac{1}{2}$ grade, est d'environ 1 mètre 273 millimètres. On peut donc sans craindre une erreur de deux mètres, prendre l'arc BAB' pour la tangente TAT'; ou en d'autres termes supposer que, sur la terre, une calotte $ABB''B'B'''$, de dix lieues

de rayon ou vingt lieues de diamètre, est sensiblement plane, et peut être ainsi représentée par une même carte topographique. La question que nous n'avons dû qu'effleurer ici sera traitée plus au long, et sous un autre jour, dans la VIIIe livraison de cet ouvrage.

72. On conclura sans peine de ce qui précède, que les cartes *chorographiques* et *géographiques*, dans lesquelles l'effet de la courbure de la terre se manifeste sensiblement, ne peuvent plus être obtenues par les mêmes procédés géométriques servant à construire les cartes *topographiques*. Pour être à même de tracer les cartes mentionnées, il faudra savoir discuter les diverses lois mathématiques pouvant régler l'altération à faire éprouver aux dimensions réelles du terrain, pour choisir celle qui fournit sur une feuille de papier, l'image la moins infidèle de la vaste région qu'il faut y représenter, ou mieux, l'image la plus appropriée aux usages auxquels on la destine.

Les cartes *chorographiques* et *géographiques* doivent donc être l'objet d'un examen particulier: aussi seront-elles le sujet des IXe et X^e livraisons de ce cours.

IIIe §. *Des cartes à grand point et à petit point, et des cartes hydrographiques, etc.*

73. Outre la distinction des cartes que nous venons d'établir, relative à l'étendue absolue de terrain qu'elles représentent, les marins surtout les divisent encore en deux espèces, suivant la quan-

lité de détails qu'elles offrent sur le terrain représenté. Ainsi ils nomment *cartes à grand point* celles qui, fournissant beaucoup de détails, ne peuvent embrasser qu'une petite étendue de pays sous de grandes dimensions.

74. Il nomment au contraire *cartes à petit point* celles qui, ne donnant que peu de détails, se bornent même à indiquer les positions des lieux principaux. Ces cartes offrent presque toujours beaucoup de pays sous de petites dimensions.

75. Une carte topographique est donc toujours une carte à grand point; une carte chorographique peut être à grand ou à petit point; et les cartes géographiques enfin sont toujours des cartes à petit point.

76. Lorsque les cartes sont spécialement destinées à représenter les côtes de la mer, ou ses diverses parties, elles sont désignées sous le nom de *cartes hydrographiques*, ou *cartes marines*.

77. On appelle encore cartes *hydrographiques*, celles dont le but principal est de faire connaître l'ensemble des cours d'eau, naturels ou factices, qui sillonnent un pays.

78. Quand une carte est spécialement destinée à offrir l'ensemble des communications ouvertes dans une contrée, elle reçoit le nom de *carte routière*.

79. Nous ne parlerons pas ici d'une foule de dénominations attribuées à d'autres cartes, telles que celles de *statistiques*, *minéralogiques*, *botaniques*. En effet, la meilleure carte statistique est une bonne carte topographique. Quant aux deux autres men-

tionnées pour exemple, dont le but particulier est de donner des notions sur l'histoire naturelle d'un pays, ces notions sont plus ou moins indépendantes des formes et des dimensions dont nous devons spécialement nous occuper.

IVe §. *De la carte topographique naturelle.*

80. Si par tous les points remarquables du terrain que peut embrasser une carte topographique, on conçoit des verticales jusqu'à la rencontre du plan horizontal de son point milieu, ces verticales pourront être regardées comme sensiblement parallèles entre elles, et leurs pieds traceront sur ce plan la projection orthogonale de grandeur naturelle des figures que les points remarquables mentionnés dessinent réellement sur le terrain. Nous conviendrons de nommer dans la suite *carte topographique naturelle* du terrain à décrire, la projection horizontale que nous venons d'imaginer.

La carte topographique à construire ou à *lever*, comme on dit ordinairement, ne doit être qu'une figure géométriquement semblable à la carte topographique naturelle mentionnée. Nous avons cru en conséquence devoir nous permettre de désigner sous un nom particulier, une projection que nous serions souvent forcés, dans la suite, d'indiquer à l'aide d'une périphrase, lorsque nous détaillerons les moyens de lui construire une figure semblable.

81. Telle que nous venons de la concevoir, la carte topographique naturelle n'est propre qu'à

fournir les distances horizontales des divers points du terrain; elle est le vrai modèle de ce qu'on nomme *le détail* d'une carte, et la connaissance des divers moyens employés pour lui construire, dans tous les cas, une figure semblable, constitue proprement la théorie des *levés* de toute espèce.

82. La carte topographique naturelle pour être parfaite, doit fournir un élément de plus, savoir: la distance de chaque point de la surface réelle du terrain, au plan horizontal représentant la portion de surface générale du globe terrestre, sur laquelle cette carte est censée exister. On pourra pour lui communiquer cette propriété, faire usage, ainsi que nous l'avons expliqué précédemment, de cotes de distance nommées ici *cotes de hauteur* ou de *niveau*, d'*élévations verticales*, de *coupes* ou *profils verticaux*, de *tranches horizontales* ou enfin de *lignes de plus grande pente*. La mise en œuvre de ces divers moyens isolément ou ensemble, constitue *l'art de figurer le relief du terrain*, art beaucoup plus difficile que celui d'en lever le détail, et qui établira toujours une grande différence entre *l'arpenteur-géomètre* et le *topographe* qui, ainsi qu'on le voit, doit être un véritable *ingénieur*.

83. La *topographie* peut donc être divisée en deux parties bien distinctes, *figuré du détail*, et *expression du relief du terrain*. La première partie se compose des *levés* de toute espèce, et la seconde entièrement fondée sur le *nivellement*, constitue la *science de l'ingénieur topographe*, et sera traitée indépendamment des levés, dans la livraison de notre

ouvrage ayant pour titre celui sous lequel nous l'avons désignée.

V^e §. *Du canevas géométrique d'une carte topographique.*

84. Une courbe plane quelconque telle que *abcd*, *fig.* 19, peut toujours être décomposée en un nombre convenable de petites portions de lignes droites; ou, ce qui revient au même, on peut toujours former un polygone rectiligne tel que *a'b'c'd'*, ou *a''b''c''d''*, qui diffère physiquement aussi peu que l'on veut d'une courbe plane quelconque *abcd* donnée. Plus on prendra de points de la courbe pour servir de sommets au polygone qui doit la remplacer, plus leur ressemblance sera grande. Ainsi le polygone *a''b''c''d''* reposant ses sommets sur 14 points de la courbe *abcd*, retrace plus fidèlement la forme de cette courbe, que le polygone *a'b'c'd'* qui ne repose que sur 9 de ses points.

Donc, quelles que soient sur le plan horizontal, les formes des figures planes de la projection orthogonale des figures dessinées sur le terrain par la succession de ses points remarquables; quelles que soient, en d'autres termes, les figures composant la carte topographique naturelle du terrain à décrire, cette carte peut être censée ne contenir que des figures polygonales rectilignes, dont la forme sera toujours définie quand on connaîtra les positions relatives de leurs sommets successifs, qui constituent ce qu'on est convenu d'appeler *le canevas géométrique de la carte topographique.*

85. Ainsi donc, en dernière analise, tout se réduit, *pour lever le détail de la carte* ou *le plan* d'un terrain quelconque, à relever les positions des sommets mentionnés, ou comme on voit les positions d'un nombre plus ou moins considérable de points situés sur une surface plane, ou encore le canevas géométrique de la carte topographique naturelle.

86. Nous avons dit un nombre plus ou moins considérable de points, parce qu'il est en effet relatif non-seulement à la variété de la courbure des lignes à représenter; mais encore à la faculté qu'aura le topographe de saisir l'esprit des affections de ces courbes, et d'en reproduire les formes sur le papier. Cette faculté n'est pas toujours un don de la nature; et de nombreux exercices sur le terrain activent surtout son précieux développement.

CHAPITRE III.

DES ÉCHELLES.

Ier §. *Ce qu'on doit entendre par échelle d'une carte ou d'un plan, et nécessité de sa connaissance.*

87. Nous avons vu, dans le IIIe § du chapitre premier, que la géométrie élémentaire donne les moyens de placer sur une feuille de papier un nombre indéfini de points, dans des positions respectivement semblables à celles qu'occupent sur une surface plane, les points qu'ils doivent représenter. Aussi servira-t-elle de base aux procédés que nous emploierons pour obtenir une figure géométriquement semblable à la *carte topographique naturelle* du terrain à lever. Dans tous les cas, cette figure nous donnera une idée précise tant des positions respectives des objets, que de leur étendue horizontale relative. Mais on ne pourra rien statuer sur le rapport des distances et de l'étendue des objets de la figure mentionnée, avec les distances et l'étendue réelle des objets représentés, que lorsqu'on saura combien la distance de deux points quelconques de la carte, est contenue de fois dans la distance des verticales des points du terrain qu'ils représentent. Cela exige que l'on ait mesuré immédiatement ou médiatement cette dernière distance; car alors il suffira de mesurer en mêmes unités les dis-

tances des positions des points considérés sur la carte, et les deux nombres que fourniront les deux mesurages, donneront généralement naissance à une fraction qui, étant réduite à n'avoir que l'unité pour numérateur, fournira le rapport cherché, ou *l'échelle de la carte.*

Ce nom *d'échelle* dont nous venons d'expliquer la véritable signification, fut d'abord celui d'un système de lignes propre à estimer ou à faire usage du rapport mentionné, dont la connaissance est surtout indispensable, lorsqu'il est question de disposer sur le terrain des corps ou objets étrangers quelconques, à cause de l'étendue qu'ils y occupent.

IIe §. *Des échelles décimales et de leurs dérivées, adoptées par la commission des services publics de France.*

88. La grandeur de la carte pouvant être avec celle du terrain qu'elle représente, dans un rapport quelconque, on conçoit que le nombre des échelles est infini. Pour fixer les idées, nous parlerons principalement ici des échelles décimales et de leurs dérivées, adoptées par la commission des services publics de France, convoquée en l'an 11, pour déterminer, entre autres choses, les échelles les plus convenables aux plans qu'exigent ces services, et en même temps aussi le mieux en harmonie avec notre système de numération.

Cette commission n'adopta que les échelles décimales, et celles qui sont leurs doubles et leurs sous-doubles; de sorte que les échelles adoptées

peuvent être groupées trois à trois, ou en *triades*, comme le dit la commission.

89. Il est évident que le nombre 2 étant un des facteurs de 10, la fraction qui désignera une quelconque des échelles adoptées par la commission, pourra être toujours ramenée à n'avoir que l'unité pour numérateur. Dans cet état, le dénominateur de la fraction indiquera combien une ligne du terrain, égale de fois celle qui la représente sur la carte.

Ainsi, par exemple, une échelle décimale quelconque ne pouvant être représentée que par la fraction $\frac{1}{10^m}$. Si on lui adjoint l'échelle double, et celle sous-double, les fractions qui désigneront une *triade* quelconque seront $\frac{2.1}{10^m}$, $\frac{1}{10^m}$ et $\frac{1}{2.10^m}$; ou ce qui est la même chose $\frac{1}{5.10^{m-1}}$, $\frac{1}{10^m}$ et $\frac{1}{2.10^m}$.

90. Or, les échelles extrêmes indiquées par les besoins de tous les services publics, sont celles de $\frac{2}{1}$ et $\frac{1}{20,000,000}$. Ainsi la première provient de l'échelle générale $\frac{2.1}{10^m}$ dans laquelle on fait $m=0$, et la seconde de l'échelle générale $\frac{1}{2.10^m}$ dans laquelle $m=7$.

Mais depuis $m=0$ jusqu'à $m=7$ inclusivement, les valeurs entières de m fournissent huit *triades* : on aura donc en tout vingt-quatre échelles, parmi lesquelles la plupart des services publics ont choisi celles qui leur sont les plus convenables.

91. En faisant $m=0$ on obtient la première

triade composée des échelles représentées par les nombres 2, 1, $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire l'échelle double de grandeur naturelle, l'échelle du pair ou de grandeur naturelle, et l'échelle moitié grandeur naturelle.

92. En faisant $m = 1$ on obtient la deuxième *triade* formée des échelles exprimées par les fractions $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$, ainsi de suite pour les autres triades. De sorte que l'on pourra former le tableau suivant :

Désignation des triades.	Échelles doubles.	Échelles décimales.	Échelles sous-doubles.
1	2	1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$
3	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{200}$
4	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{1,000}$	$\frac{1}{2,000}$
5	$\frac{1}{5,000}$	$\frac{1}{10,000}$	$\frac{1}{20,000}$
6	$\frac{1}{50,000}$	$\frac{1}{100,000}$	$\frac{1}{200,000}$
7	$\frac{1}{500,000}$	$\frac{1}{1,000,000}$	$\frac{1}{2,000,000}$
8	$\frac{1}{5,000,000}$	$\frac{1}{10,000,000}$	$\frac{1}{20,000,000}$

93. Il est à désirer que les échelles adoptées par la commission des services publics soient les seules employées, tant pour répandre de l'uniformité dans les travaux graphiques, que pour rendre plus faciles à exécuter les réductions et assemblages qu'on pourrait vouloir en faire.

Cette manière de considérer les échelles étant d'ailleurs générale, et tout-à-fait indépendante des

mesures en usage dans les divers pays, on peut espérer de la voir s'y propager un jour.

IIIe §. *Principes généraux sur la construction des échelles.*

94. Lorsque le rapport qui doit exister entre les longueurs prises sur la *carte topographique naturelle*, et les longueurs correspondantes sur le *levé*, a été préalablement assigné, ou que ce rapport a été reconnu, si le *levé* est déjà construit, on trace sur la marge du dessin le système de lignes dont nous avons parlé, et qui fut d'abord nommé *échelle*, à cause de sa forme particulière. Ce système de lignes droites est combiné de manière à ce qu'il fournit le moyen de passer des dimensions horizontales des objets représentés sur le levé, à leurs dimensions réelles exprimées en mesures assignées, et réciproquement.

95. Les mesures manuelles de longueur topographiques employées dans les divers pays sont aussi diversement subdivisées, et excèdent généralement les dimensions des plus grandes feuilles de papier destinées aux levés, dont les plus grands cadres adoptés au dépôt de la guerre n'ont que $0,^{m}50$ sur $0,^{m}80$. Or comme le système de numération universellement adopté est le système décimal, il est clair que *la construction des échelles relatives à une mesure assignée se réduit généralement à chercher, de la manière la plus simple, les longueurs qui doivent représenter les unités, les dizaines, les*

centaines, les mille, etc., de cette mesure, en partant du plus petit nombre entier de plus petites subdivisions marquées sur son étalon, pouvant être contenu sur la marge du dessin.

96. Soit donc généralement $\frac{1}{e}$ la *fraction échelle*, c'est-à-dire la fraction indiquant le rapport qui existe ou qui doit exister entre les dimensions du *levé* et celles correspondantes de la *carte topographique naturelle;* soit m le nombre de subdivisions de l'étalon de la mesure en fonction de laquelle on veut exprimer ces dernières dimensions : cela étant, il est clair que la longueur des m subdivisions de la mesure employée prise sur le levé, doit représenter la longueur d'un nombre e de ces mesures prise sur la carte mentionnée. On cherchera donc le plus grand diviseur d commun aux nombres m et e, et on effectuera les divisions $\frac{m}{d}$, $\frac{e}{d}$, ce qui conduira à deux quotiens exacts m', e', tels que la longueur de m' subdivisions représentera sur le levé, la longueur réelle de e' mesures; et généralement la longueur totale de ces m' subdivisions, pourra être marquée sur une ligne droite tracée le long de la marge du dessin. Cela fait on cherchera les facteurs premiers φ', φ'', φ''', ..., φ_n, du nombre e'; et ces facteurs indiqueront les divisions graphiques successives qu'il faudra faire subir à la longueur totale des m' subdivisions de la mesure, pour avoir la longueur qui sur le levé représente une seule de ces mesures.

97. D'où il suit que si parmi les facteurs premiers φ', φ'', etc., il se trouve 2 et 5, dont le produit

est 10, en les omettant on obtiendra la longueur qui sur le levé doit représenter une dizaine de mesures. De même s'il se trouve les facteurs 2.2.5.5 de 100, on les omettra, et on obtiendra, après les divisions successives indiquées par les facteurs restans, la longueur qui doit représenter sur le levé celle d'une centaine de mesures employées, ainsi de suite.

98. Il peut arriver que les facteurs de 10, 100, 1000, etc., ne se trouvent point en totalité ou en partie parmi les facteurs ϕ', ϕ'', etc., de e'. Dans ce cas on peut opérer de deux manières différentes pour obtenir les longueurs des dizaines, des centaines, etc., de mesures employées. 1° On peut omettre les facteurs de 10, 100, etc., communs à e', et diviser la longueur des m' subdivisions de l'étalon, comme il est indiqué par les autres facteurs : après quoi, on ajoutera à elles-mêmes les dernières parties obtenues, autant de fois qu'il y aura d'unités dans le produit des autres facteurs de 10, 100, etc., ne se trouvant pas dans e'.

99. 2° On peut encore compléter, même en totalité, si cela est nécessaire, les facteurs de 10, 100, 1000, etc., qui ne se trouveraient point dans e', en multipliant à la fois ce nombre, et m', par le produit ϖ des facteurs manquans. Cela fait, on prendra sur la marge du dessin une longueur égale à $\varpi m'$ subdivisions de l'étalon de la mesure, pour la partager en autant de parties qu'il y aura d'unités dans le produit des facteurs du nombre $\varpi e'$, non communs à 10, 100, 1000, etc. Cette manière de pro-

céder doit être nécessairement employée quand les divisions successives de la longueur des m' subdivisions de l'étalon, indiquées par les facteurs de e', non communs aux nombres 10, 100, 1000, etc., conduisent à des quantités trop petites, et sur lesquelles il devient impossible d'opérer.

100. Si, par exemple, $e' = 105$ ou 3.5.7, et qu'il soit question d'obtenir la longueur de la dizaine de mesures, on pourra 1° diviser la longueur totale des m' subdivisions de l'étalon de la mesure employée, d'abord en 7 parties égales entre elles, et puis chacune de celles-ci en 3 nouvelles parties chacune; l'opération exécutée, il est clair que les dernières parties obtenues représenteront chacune 5 mesures, puisque 5 est le facteur de 105 omis. Il faudra donc ajouter ensemble deux des parties mentionnées pour avoir la longueur qui à l'échelle représente la dizaine de mesures cherchée.

2° Au lieu d'opérer ainsi, on peut au contraire introduire le facteur 2 de 10 non commun à e' ou 105. Et alors on dira que $2m'$ subdivisions de l'étalon de la mesure doivent représenter $2e'$ ou 2.5.3.7 mesures. Il suffira donc de diviser successivement par 7 et par 3 la longueur totale des $2m'$ subdivisions mentionnées, pour avoir celle de la dizaine de mesures à l'échelle. Ainsi de suite pour les autres cas qui pourraient se présenter.

101. Nous avons supposé dans ce qui précède qu'il existait un diviseur commun d entre le nombre m de subdivisions de l'étalon de la mesure employée, et le dénominateur e de l'échelle exprimée par une

fraction ayant l'unité pour numérateur; nous avons supposé encore que le nombre e' ou $\frac{e}{d}$ n'était pas un nombre premier. On sent néanmoins que ces diverses hypothèses peuvent quelquefois ne pas avoir lieu.

Dans le cas où il n'existera pas de commun diviseur d, la longueur totale de la mesure sera la plus petite ligne de laquelle on puisse déduire celles des unités; dizaines, centaines, etc., de mesures sur le levé. L'avantage qu'offrent dans d'autres circonstances, les subdivisions de l'étalon de la mesure disparaît entièrement ici.

102. Quand le nombre e' sera premier, on perdra de même l'avantage de pouvoir arriver aux longueurs cherchées par des divisions graphiques successives, toujours plus faciles à exécuter qu'une seule division en un grand nombre de parties égales.

103. S'il était enfin impossible de ramener la fraction échelle, à la forme de $\frac{1}{e}$; e étant un nombre entier, on ne trouverait jamais pour e' qu'un nombre fractionnaire, dans le cas où le diviseur commun d existerait. Ainsi le moyen d'obtenir les longueurs de 10, 100, 1000, etc., mesures à l'échelle, indiqué au n° 99, devrait avoir ici la préférence.

IVe §. *Applications des principes précédens.*

Art. I. *Construction des échelles décimales relatives au système métrique décimal français.*

104. Nous prendrons d'abord pour exemple de la

construction des échelles celle au $\frac{1}{2000}$, qui est la 3e de la 4e *triade*, et nous la construirons dans le nouveau système métrique reconnu par les lois françaises. Cette échelle indique qu'une longueur de 1 mèt. sur la carte doit en représenter une de 2000 mèt. sur le terrain; ou ce qui est la même chose, à cause que les plus petites subdivisions tracées sur les étalons du mètre sont des millimètres, 1000 millim. doivent représenter 2000 mèt. Or le plus grand commun diviseur de ces derniers nombres est 1000, d'où il résulte que 1 millim. représentera 2 mèt. Mais 2 est un nombre premier, qui se trouve facteur de 10, de 100, de 1000, etc.; ainsi une longueur de 10 mèt. sera représentée sur la carte par 5 millim., celle de 100 mèt. par 50 millim., et ainsi de suite.

105. On tracera donc onze lignes parallèles équidistantes, comprenant dix bandes égales entre elles et de dimensions quelconques. Et comme, ainsi qu'on a pu s'en apercevoir, la longueur d'un mètre est sensible à l'échelle actuelle, on portera de *a* vers *d*, *fig.* 20, sur la gauche de la parallèle inférieure *dc* dix longueurs de dizaines ou de 5 millim., et à leur suite, sur la droite, de *a* vers *c*, un nombre plus ou moins considérable de longueurs de centaines, ou de 50 millim.; on conduira ensuite par tous les points de division obtenus, une seconde série de droites parallèles entre elles, et dans une direction qui pouvant être quelconque, est le plus souvent perpendiculaire à la direction des premières parallèles tracées, afin de mieux distinguer leurs points d'intersection. Ces premières parallèles se trouve-

ront toutes ainsi divisées sur leur gauche en portions de $5^{millim.}$ représentant $10^{mèt.}$, et vers leur droite en portions de $50^{millim.}$ représentant $100^{mèt.}$.

On écrira zéro au point *a* où commencent sur la ligne *dc*, les dix longueurs de dizaines dont les points de division seront de droite à gauche, gradués des nombres 1, 2, 3, 4, 5.....10. Les points de division des longueurs de centaines seront aussi gradués sur la ligne *dc*, des nombres 1, 2, 3, 4..... en partant du même zéro, mais de gauche à droite.

Si l'on joint maintenant l'extrémité droite de chacune des dix divisions de la parallèle inférieure *dc*, représentant des dizaines de mètre, avec l'extrémité gauche de chaque division correspondante sur la parallèle supérieure *d'c'*, par des diagonales; ces diagonales seront parallèles entre elles, et les parties des neuf parallèles à *dc* qu'elles intercepteront seront donc de même longueur, et représenteront aussi des dizaines de mètres.

Maintenant si l'on ne considère que les portions des dix parallèles à *dc*, comprises entre la diagonale *ab* passant par le point zéro, et la parallèle *aa'* de la seconde série passant par le même point, origine à la fois des graduations des dizaines et des centaines; ces portions forment respectivement avec les lignes *ab*, *aa'*, dix triangles dont les côtés suivant *ab* ou *aa'*, peuvent être successivement représentés par les nombres 1, 2, 3, 4.....10. Or, par construction le coté *a'b*, du plus grand triangle, représente 10 mètres; donc les côtés homologues des dix triangles considérés, c'est-à-dire les portions

des parallèles de la première série mentionnées, représenteront successivement les longueurs de 1, 2, 3, 4....9 mètres. C'est pour cela que les extrémités de ces parallèles situées sur la ligne *dd'* doivent être graduées de ces nombres; après quoi l'échelle est terminée.

106. Il nous faut montrer à présent, que les constructions et les graduations opérées donnent le moyen de prendre sur l'échelle la longueur de ligne qui doit représenter un nombre quelconque de mètres composé d'unités, de dizaines et de centaines. Pour cela, on portera la pointe droite d'un compas ordinaire sur la parallèle de la première série numérotée du chiffre des unités du nombre de mètres à représenter, et on ira de gauche à droite sur cette ligne, jusqu'à ce qu'on rencontre la parallèle de la seconde série graduée du chiffre des centaines du nombre de mètres proposé. Laissant la pointe du compas en cet endroit, on ouvrira cet instrument jusqu'à ce que la pointe gauche aboutisse à l'intersection de la parallèle de la première série dont on a fait usage, avec la diagonale graduée du chiffre des dizaines du nombre de mètres à représenter. Cela étant l'ouverture du compas sera évidemment égale à la ligne cherchée.

Exemple : Soit 137 mètres à prendre à l'échelle. J'arrête la pointe droite du compas, au point *e*, intersection de la parallèle de la première série graduée 7, avec la parallèle de la seconde série graduée 100 : et j'ouvre le compas de manière que la pointe gauche aboutisse au point *f*, intersection de la pa-

rallèle de la première série employée, avec la diagonale graduée 30, l'ouverture ef du compas est alors de 137 mètres; en effet on peut la considérer composée de trois parties $eg + gh + hf$, c'est-à-dire de $100 + 7 + 30$, ou de 137 mètres.

107. Réciproquement une ouverture de compas étant donnée, on peut trouver, à l'aide de l'échelle, le nombre de mètres qu'elle représente.

Il faut appliquer pour cela l'ouverture de compas donnée sur la ligne inférieure de l'échelle, de manière que la pointe droite de cet instrument étant située à un des points de division des centaines, sa pointe gauche aboutisse dans la partie de la ligne mentionnée d'où partent les diagonales de l'échelle; alors le nombre affectant le point occupé par la pointe droite du compas sera celui des centaines du nombre cherché. La quantité de dizaines égalera la graduation de la dernière des diagonales embrassées par l'ouverture de compas, laissée dans la position indiquée. Pour trouver le chiffre des unités, on fait glisser la pointe droite mentionnée sur la parallèle de la seconde série où elle se trouve, en tenant le compas de manière que pendant ce mouvement son ouverture reste parallèle à la ligne sur laquelle on l'avait d'abord appliquée; et quand la pointe gauche aboutit à une intersection de la dernière diagonale embrassée, avec une des parallèles de la première série, la graduation de cette dernière est le chiffre des unités du nombre de mètres cherché. Cela se prouve comme dans le numéro précédent.

108. La combinaison de transversales dont nous venons de faire usage pour estimer des fractions d'une longueur de ligne droite est fort ancienne; car, en 1573, Thomas Digges en attribua l'invention à Cautzler; puis, en 1577, Tycho-Brahé dit s'en être servi pour ses instrumens dès 1572, et qu'il la tenait lui-même de Homélius de Leipzick.

Art. II. *Construction des échelles décimales dans un système métrique arbitraire.*

109. Nous allons construire une échelle qui fournisse la 10000ème partie des distances mesurées avec une toise, par exemple, dont l'étalon n'est pas divisé décimalement, en ne tenant compte que des unités de toise. Cette échelle, comme on voit, est celle de $\frac{1}{10000}$ relative aux mesures anciennement usitées en France.

D'après l'énoncé, 1^{toise} doit représenter 10000^{toises}; et comme les plus petites subdivisions marquées sur un étalon de toise sont des lignes, au nombre de 864, on dira encore que 864^{lignes} doivent représenter 10000^{toises}. Cherchant le facteur 16, plus grand commun diviseur des deux derniers nombres, et le supprimant, on verra enfin que 54^{lignes} doivent représenter 625^{toises}.

Cela posé comme 625 est le produit des facteurs premiers 5.5.5.5, si l'on prend sur une droite une longueur de 54^{lignes}, en la divisant en 5.5.5 parties égales on aura la longueur de 5^{toises} à l'échelle, puisque 5 est le facteur omis; et la somme de deux de

ces longueurs fournira celle de la dizaine de toises. Pour obtenir la longueur de la centaine de ces mesures, on divisera les 54^{lignes} mentionnées seulement en 5.5 parties égales, dont chacune représentera 5.5 ou 25^{toises}, produit des facteurs omis; et comme 4.25 donne 100 pour produit, il est clair qu'en ajoutant ensemble quatre des portions actuelles de la longueur divisée, on obtiendra celle représentant une centaine de toises.

110. Cela fait, l'échelle est bien facile à construire. Car la toise seule devant être rendue sensible, on tracera, comme on l'a déjà pratiqué, onze lignes parallèles équidistantes indéfinies; que l'on croisera à angles droits par un second système de droites parallèles entre elles, les coupant en portions égales en longueur et à celle qui doit représenter 100^{toises}, obtenue. Puis à gauche et sur les parallèles extrêmes du premier système on portera 10 longueurs égales à celle qui doit représenter 10^{toises} aussi obtenue. On joindra enfin le premier point des divisions portées sur la parallèle inférieure, avec le dernier point des divisions correspondantes sur la parallèle supérieure par des diagonales, allant de droite à gauche, et l'échelle sera construite. Pour la graduer on écrira les centaines de toises de gauche à droite à partir du bas de la première diagonale où sera posé zéro. Les dizaines de toises s'inscriront au contraire de droite à gauche sur ces diagonales, et les unités de toise de bas en haut sur les premières droites parallèles tracées, à partir de l'inférieure où on placera le zéro actuel.

111. Nous construirons encore l'échelle de $\frac{1}{10000}$ relative à l'emploi d'une mesure égale au pas moyen de l'homme, et que nous supposerons avoir une longueur de 2^{pieds} 5^{pouces} 7^{lignes} : ce qui revient à dire que nous possédons un étalon du pas subdivisé en 355 parties égales à la ligne de l'ancien pied de roi; parties dont nous pourrons prendre en conséquence un nombre quelconque sur un étalon de l'ancienne toise. Suivant ce qui vient d'être dit, 355^{lignes} devront représenter 10000^{pas}, ou, à cause du plus grand commun diviseur 5, de ces deux nombres, 71^{lignes} représenteront 2000^{pas}. Or 2000 a pour facteurs premiers les nombres 2, 2, 2, 2, 5, 5, 5. Si donc on divise la longueur *ab*, *fig.* 21, égale à 71^{lignes}, deux fois successives par 5, et puis encore trois fois successives par 2, on aura omis les facteurs 2 et 5, dont le produit est 10; la longueur définitivement obtenue représentera donc une dizaine de pas. Pour obtenir celle qui représente la centaine, il faudra omettre les facteurs 2, 2, 5, 5; il suffira donc de diviser la même droite *ab*, longueur des 71^{lignes} mentionnées une fois par 5, et puis deux fois successives par 2; marche que l'on peut d'ailleurs suivre pour arriver, comme on l'a fait dans la figure, à la longueur de la dizaine de pas cherchée.

Les longueurs de la dizaine et de la centaine de pas étant ainsi obtenues, on terminera la construction de l'échelle comme il a été expliqué n° 105 et suivans.

112. La valeur moyenne du pas de l'homme d'où nous sommes partis, est à $0^{\text{lign.}},454$ près égale à $0^{\text{mètr.}},8$.

La facilité avec laquelle on peut, dans cette nouvelle hypothèse, passer d'un nombre de pas au nombre de mètres correspondant, a engagé les officiers au corps royal des ingénieurs géographes à régler leur marche de manière à obtenir cet avantage. Alors, en effet, ils peuvent se servir de la même échelle pour prendre les distances mesurées au mètre et celles mesurées au pas; il suffit pour cela de ne compter pour valeur de ces dernières que les $\frac{8}{10}$ du nombre de pas trouvés. On est ainsi dispensé, dans certaines circonstances, de construire deux échelles différentes sur la marge du levé.

113. Au reste l'échelle relative à un pas moyen de $0^{met.},8$ se construit aussi simplement que celle qu'on a déjà exécutée. On est censé posséder alors un étalon du pas divisé en 800 parties égales au millimètre. Ainsi le pas ou $800^{millim.}$ devant représenter 10000 pas, on en conclura de suite que $8^{millim.}$ sont la longueur de 100 pas. Pour avoir la longueur de la dizaine de pas, il suffira de diviser celle de $4^{millim.}$ en 5 parties, après quoi on construira l'échelle comme à l'ordinaire.

Art. III. *Construction des échelles quelconques dans un système métrique aussi quelconque.*

114. Supposons que le pied de roi soit l'unité de mesure choisie, et qu'au lieu de compter décimalement, on en forme des groupes de 6, sous le nom de *toises*, et que les toises soient groupées elles-mêmes au nombre de 7, sous le nom de *chaînes*. Dans ce cas

on ne comptera plus par dizaines et par centaines de pied, mais bien par *toises* et *chaînes*, ou, ce qui est au fond la même chose, par groupes de 6 et de 42 pieds.

Si l'échelle à construire est celle de $\frac{1}{420}$ par exemple, comme l'étalon du pied est divisé en lignes au nombre de 144, on voit que 1 pied ou 144 lignes doivent représenter 420 pieds. Or, le plus grand commun diviseur des deux derniers nombres est 12, d'où il résulte que 12 lignes devront représenter 35 pieds. Cela posé, il s'agit de trouver d'abord la longueur de la toise ou de 6 pieds : comme 6 n'est pas facteur de 35, nous allons l'introduire, conformément à ce que nous avons prescrit n° 99; et nous dirons ainsi que 72 lignes doivent représenter 210 pieds. Il résulte delà qu'en divisant la longueur *ab*, *fig.* 22, de 72 lignes en 5 parties, et puis chacune de ces parties, comme *cd*, en 7 autres, celles-ci représenteront la longueur de 6 pieds ou de la *toise*, puisque le diviseur 6 est le seul facteur de 210 que l'on ait omis. Pour trouver la longueur de la *chaîne* ou des groupes de 42 pieds, rappelons-nous que 72 lignes doivent représenter 210 pieds, et remarquons que ce dernier nombre est le produit des facteurs 5 et 42. Cela posé, on voit qu'il suffit de diviser la longueur de 72 lignes en 5 parties égales, pour obtenir la longueur de 42 pieds ou de la *chaîne*, puisque 42 est le facteur omis de 210. Les parties telles que *cd*, *de*, etc., déjà obtenues, sont donc des longueurs de chaîne.

115. Les longueurs de la toise et de la chaîne étant

ainsi trouvées, voici comment on procédera à la construction de l'échelle particulière qui nous occupe. On conduira six lignes parallèles à *ab*, et par les points *c,d,e,b*, de division de cette ligne en longueurs de chaîne, et par ceux de division de la ligne *c,d*, en longueurs de toises, on fera passer un second système de lignes parallèles entre elles en coupant le premier à angles droits. Cela fait, à droite de la ligne *dg* les parallèles à *ab* seront divisées en portions représentant des chaînes, et la partie *fg*, de la sixième de ces parallèles se trouvera divisée en 7 portions représentant des toises ou groupes de 6 pieds. Si donc on joint par des diagonales telles que *dh*, le premier point de chaque division de *cd* avec le dernier point de la division de *fg* correspondante, ces diagonales couperont les parallèles à *ab* en portion égales en longueur à celle que doit avoir une toise, et on sera conduit par un raisonnement tout-à-fait semblable à celui du n° 105, à conclure que de plus les portions de ces six parallèles comprises entre la première diagonale *dh*, et la droite *dg*, représentent successivement 1, 2, 3, 4, 5 et 6 pieds. On graduera donc l'échelle comme on l'a fait dans la figure, et sa construction sera terminée.

V^e §. *Choix des échelles pour les cartes à construire.*

116. On conçoit que l'emploi de telle ou telle échelle n'est pas une chose indifférente. En effet, si l'on veut exprimer sur le plan d'un terrain les plus

petits détails, il faudra choisir une échelle qui permette de les y rendre sensibles. Il faudra employer encore une pareille échelle quand on voudra arrêter sur le terrain un projet quelconque avec toute l'exactitude possible. Lorsqu'on n'aura besoin que d'à peu près, on pourra faire usage au contraire d'une échelle dont la sensibilité soit moins grande.

117. Des échelles reconnues par la commission dont nous avons parlé, le Dépôt de la guerre n'a adopté que les suivantes pour son usage particulier. L'échelle n° 1 ou au $\frac{1}{2000}$ convient aux levés des plans des villes, bourgs, villages, places de guerre, routes, canaux, fortifications de campagne.

118. L'échelle n° 2 ou au $\frac{1}{5000}$ est bonne pour les réductions des plans levés à l'échelle précédente.

119. L'échelle n° 3 ou au $\frac{1}{10000}$ convient aux levés de la topographie complète d'un pays, des campemens, marches et itinéraires des armées; aux plans reliefs pour l'étude du terrain.

120. L'échelle n° 4 ou au $\frac{1}{20000}$ doit être employée pour les levés des reconnaissances, en temps de guerre, des plans de bataille et combats. On réduit aussi à cette échelle les plans levés à l'échelle précédente, pour en former des recueils maniables, et faciles à consulter.

121. L'échelle n° 5 ou au $\frac{1}{50000}$ convient à la gravure de la topographie complète levée à l'échelle du $\frac{1}{10000}$.

122. L'échelle n° 6 ou au $\frac{1}{100000}$ fournirait une gravure analogue à celle de la carte de Cassini, dont l'échelle est de $\frac{1}{86400}$.

123. Nous parlerons plus tard des autres échelles décimales et de leurs dérivées, adoptées par le Dépôt général de la guerre, pour les cartes chorographiques et géographiques, sous les n°s 7, 8, 9 et 10, savoir des échelles au $\frac{1}{200000}$, $\frac{1}{500000}$, $\frac{1}{1000000}$ et $\frac{1}{2000000}$.

CHAPITRE IV.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES SUR LES LEVÉS A LA PLANCHETTE.

Ier §. *Description et maniement de la planchette.*

124. La *planchette* inventée dans le seizième siècle par J. Prætorius, professeur au collége Joachimique de Nuremberg, n'est effectivement qu'une petite planche ou tablette rectangulaire d'environ 0,m6 de côté, sur laquelle on fixe avec de la *colle à bouche* des clous à tête plate ou *punaises*, ou mieux encore à l'aide de rouleaux adaptés le long de deux de ses bords opposés et retenus par des rochets ou par des écrous de pression, le papier sur lequel on veut dessiner la carte topographique. Au Dépôt général de la guerre les dimensions adoptées pour les côtés du cadre des levés sont de 0,m8 de base sur 0,m5 de hauteur; et le revers du papier avant d'être appliqué sur la planchette a été collé dans toute son étendue sur de la mousseline, afin de mieux conserver les *minutes* ou dessins originaux exécutés sur le terrain même.

La construction de la planchette a reçu depuis son invention jusqu'à nos jours des perfectionnemens tels, qu'il est difficile de croire que cet instrument n'ait pas atteint son dernier degré de perfection. La planchette adoptée par la majorité des

officiers au corps royal des ingénieurs géographes militaires, est en effet élevée à une hauteur de terre convenable à l'aide d'un *trépied* ou pied à trois branches, auquel elle est rattachée par un *genou* ou mécanisme particulier propre à la ramener dans une situation horizontale, et à lui permettre de pirouetter ensuite autour de son centre de figure sans perdre l'horizontalité.

125. Cette planchette représentée en élévation par la *fig.* 23, se compose donc comme la plupart des instrumens topographiques, de trois parties bien distinctes; savoir, 1° la *planchette proprement dite;* 2° le *genou;* 3° le *trépied.* Nous allons donner successivement le détail des pièces qui les forment.

Voici l'énumération de celles qui composent la *planchette proprement dite.* *PP* est la projection verticale de la *tablette* sur laquelle on applique le papier destiné à recevoir le levé; *pp* est une seconde *tablette de renfort*, carrée, plus petite que la précédente, qu'elle est destinée à soutenir, et contre laquelle quatre vis *v*,*v*, la fixent invariablement par les angles; de sorte qu'on peut à volonté détacher la tablette supérieure, et par la suite le papier du levé, lorsque le manque de rouleaux ne permet pas de retirer ce dessin en particulier de dessus l'instrument. *CC* est le *disque de la planchette* fait d'une pièce de bois ayant pour centre de figure celui de la tablette de renfort, avec laquelle il est fixé à demeure. A ce disque est invariablement attaché à angles droits le *pivot de la planchette*, gros boulon dont l'extrémité terminée en vis se montre en *V*,

après avoir traversé des pièces du genou qui seront nommées à leur tour. Enfin la *vis de rappel de la planchette RR*, tenue par un support *S* fixé à la tablette de renfort *pp*, avec deux vis *v'*, *v'*, traverse un écrou *E'* pratiqué dans le doigt inférieur de la *pince P'* que l'on fait agir à l'aide de la vis de pression *V'V'*.

126. Passons à l'énumération des pièces qui entrent dans la composition du *genou* de la planchette représentée par la figure, genou qui est au fond celui décrit dès 1778 par M. Cugnot dans sa *Théorie de la fortification*. Le *plateau du genou cc* est un anneau de cuivre aplati, et d'un diamètre extérieur plus grand que celui du disque de la planchette; il est fixé à demeure contre les bords du *disque du genou QQ*, fait d'une pièce de bois, et de mêmes dimensions que le précédent. La *douille du genou D*, occupe le milieu évidé de ce disque avec lequel elle fait corps, et donne ainsi passage au pivot de la planchette à travers le plateau et le disque du genou. Deux *languettes L, L*, s'abaissent à angles droits au-dessous de ce disque avec lequel elles sont liées à demeure; un *boulon* à tête *B'B'* les pénètre perpendiculairement, et son extrémité taillée en vis entre dans un écrou extérieur *e'e'*. La *noix N* du genou en est la pièce principale; elle est taillée dans un seul morceau de bois sous la forme de deux cylindres à base circulaire se pénétrant à angles droits, et dont les axes évidés sont un peu éloignés l'un de l'autre afin de pouvoir être garnis de boulons. Le cylindre supérieur est d'une longueur égale à la distance des languettes, de sorte

que pouvant être enfilé par le boulon *B'B'*, et remplir l'intervalle de ces languettes, il sera possible de les faire appliquer plus ou moins fortement contre les bases de ce cylindre en tournant l'écrou de pression *e'e'*. L'axe du cylindre inférieur de la noix est rempli par le *boulon* à tête *BB* terminé également en vis portant son écrou *ee*.

127. Le disque *CC* de la planchette s'applique contre le plateau *cc* du genou, en faisant passer le pivot *V* dans la douille *D*; de sorte que la planchette proprement dite peut pirouetter autour du pivot sur le plateau mentionné. L'*Écrou de pression de la planchette E* qui embrasse l'extrémité du pivot, buttant contre la douille *D*, peut, en approchant avec plus ou moins de force le disque de la planchette contre le plateau du genou, faire varier la facilité du mouvement de rotation dont nous venons de parler. D'ailleurs si l'on met le bord du plateau *cc* entre les doigts de la pince *P'*, en serrant ces doigts l'un contre l'autre avec la vis de pression *V'V'*, il est clair que le mouvement de la planchette à l'égard du genou sera arrêté, et ne pourra plus avoir lieu qu'en faisant tourner la vis de rappel de la planchette *RR*. Cette vis tournant, son support S et l'écrou E' pratiqué dans le doigt inférieur de la pince, devront nécessairement se rapprocher ou s'éloigner l'un de l'autre; d'où il suit que, puisque la pince embrasse le plateau du genou, et que le support *S* fait corps avec le disque de la planchette, ce disque, et par conséquent la planchette elle-même, seront obligés de se mouvoir sur le genou

autour du pivot *V*. Il est clair que le mouvement communiqué à la planchette par sa vis de rappel, ne peut avoir qu'une petite étendue; il ne faudra donc s'en servir qu'après que les doigts de la pince étant desserrés, on aura mis le mieux possible à la main, la planchette, dans la situation qu'on veut lui faire occuper sur le plateau du genou.

128. Il nous reste à parler des pièces dont le *trépied* de la planchette est composé. Elles sont peu nombreuses, et se réduisent à trois *jambes J, J, J*, dont les pieds ou extrémités inférieures sont armées d'une pointe de fer destinée à s'enfoncer dans le terrain, afin d'augmenter la stabilité de l'instrument. Le haut de chaque jambe entaillé d'une mortaise, reçoit un des trois tenons de la *tête T* du trépied. Chacun des trois assemblages qui en résultent est pénétré par un boulon à tête *b*, dont le bout terminé en vis est embrassé par un écrou de pression *e″e″*, et forme ainsi une charnière dont cet écrou peut modérer le jeu, et même l'arrêter entièrement. La tête du trépied *T* est surmontée de deux *oreilles* se projettant en *O*, parallèles, et comprenant entre elles un intervalle à peu près égal à celui que renferment les languettes. L'intervalle de ces oreilles est occupé par le cylindre inférieur de la noix *N* du genou, contre les bases duquel elles sont forcées de s'appliquer avec plus ou moins de force, par l'écrou de pression *ee* du boulon à tête *BB* qui les pénètre aussi à angles droits. On voit ainsi que ce boulon, est la pièce qui sert à lier le genou avec le trépied de l'instrument.

129. Faisons voir maintenant que le genou décrit dont le mécanisme est si simple et si solide, permet de donner à son plateau, et par suite à la tablette de la planchette elle-même, une situation horizontale, quelles que soient celles des trois jambes du trépied sur le terrain. Les pointes de fer qui terminent ces jambes étant enfoncées dans le sol, arrêtons leur mouvement autour des charnières qui les réunissent à la tête *T* du trépied, en serrant les écrous de pression *e″ e″*. Dans cette situation du trépied le boulon *BB* aura dans l'espace une position fixe quelconque. Cela étant, faisons tourner la noix du genou autour de ce boulon, jusqu'à ce que le boulon supérieur *B′B′* soit horizontal; alors toutes les lignes qui sur le plateau seront parallèles au boulon *B′B′* auront des situations horizontales. On reconnaîtra cette circonstance, à l'aide d'un petit niveau simple à bulle d'air que l'on posera sur la tablette de la planchette parallèlement au boulon supérieur. Cela fait, serrons fortement l'écrou *ee* pour faire adhérer les oreilles *O*,*O*, contre le cylindre inférieur de la noix *N*; cette noix deviendra ainsi fixe dans l'espace, et le boulon *B′B′* ne pourra plus perdre son horizontalité. Mais comme les languettes *L*, *L*, peuvent tourner autour de ce boulon *B′ B′*, il est clair qu'on peut les emmener dans une position telle, que le plateau du genou soit parallèle à une horizontale perpendiculaire au boulon *B′B′*, autour duquel s'exécute le mouvement des languettes qui entraînent le plateau. Dans cette situation, que l'on reconnaîtra de même à l'aide d'un

niveau à bulle d'air, ce plateau est horizontal; car, outre qu'il est parallèle à l'horizontale dont nous venons de parler, les lignes tracées à sa surface parallèlement au boulon $B'B'$, n'ont pas cessé de rester horizontales pendant le mouvement du plateau autour de ce boulon, qui par hypothèse a été arrêté fixement dans l'espace après y avoir été situé horizontalement.

Le plateau du genou étant horizontal, et la planchette proprement dite pouvant pirouetter dessus autour du pivot V, il est clair que l'on pourra donner à la tablette un mouvement de rotation autour de ce pivot, sans déranger pour cela la surface de cette tablette de l'horizontalité où on l'aura préalablement ramenée.

130. La planchette dont nous venons de détailler la composition et le maniement, est très-bien combinée dans toutes ses parties. Les positions respectives de ses pièces contiguës ne sont pas effectivement dérangées, quand on fait varier la position d'une pièce sur sa voisine. Tous les mouvemens partiels que l'on exécute dans le but de ramener la tablette dans une situation horizontale, conservent donc chacun leur entier effet, et ne s'entredétruisent pas, comme cela arrive, lorsque le genou n'est pas doué de deux mouvemens s'exécutant autour de deux axes perpendiculaires. Le nombre de tâtonnemens à faire pour obtenir l'horizontalité de la tablette est donc limité, et pour si peu d'habitude que l'on ait acquise on y arrive très-promptement.

131. Au contraire si le genou ne se compose,

comme cela se pratique souvent, que d'une sphère retenue entre deux coquilles s'appliquant par le bas contre une douille embrassant la tige d'un trépied, le nombre de tâtonnemens à faire pour obtenir l'horizontalité de la tablette est indéfini. Ce n'est qu'une extrême habitude ou un hasard heureux, qui peuvent conduire promptement au but que l'on veut atteindre. En effet à chaque fois que l'on desserre la vis de pression des coquilles, afin de donner à la sphère qu'elles embrassent la liberté de se mouvoir, il ne reste plus de trace des positions qu'elle avait pu d'abord y occuper, et l'on perd entièrement le fruit des efforts déjà faits pour disposer horizontalement la tablette.

132. Il faudra donc toujours rechercher un instrument tel que celui que nous avons décrit; on fera même des sacrifices à cet égard, si cela est nécessaire, parce qu'on en sera largement dédommagé, soit par l'économie de temps qu'il procure, soit par sa longue durée et le peu de réparations auxquelles le rend sujet sa bonne construction.

Au reste, les avantages d'une telle planchette ne se bornent pas à ceux que nous venons de signaler, avantages qu'il faudrait négliger si cet instrument ne donnait pas comme il le fait, les moyens d'opérer avec le plus d'exactitude possible.

IIe §. *Description et rectification de l'alidade.*

133. L'*alidade* est un instrument à l'aide duquel on peut diriger une série de rayons visuels situés

dans un même plan perpendiculaire à un autre; de sorte qu'en appliquant l'alidade par cet autre plan sur une surface plane horizontale, les rayons visuels qu'elle servira à diriger seront tous situés dans un même plan vertical. Comme la planchette, l'alidade qui toujours l'accompagne, a éprouvé dans sa structure, depuis son invention, des modifications qui l'ont amenée au point de perfectionnement où elle se trouve aujourd'hui. A l'origine l'alidade se réduisait à une *règle* aux extrémités de laquelle s'élevaient deux *crins*, tendus perpendiculairement à une de ses larges faces à l'aide de petits châssis, et de telle sorte que le plan passant par ces crins était au moins parallèle aux côtés de la règle quand il ne se confondait pas avec l'un d'eux, condition que d'ailleurs l'on cherchait toujours à obtenir. En posant la règle de cette alidade sur une planchette disposée horizontalement, par sa large face opposée aux châssis, ces derniers et les crins qu'ils tendent s'élèveront verticalement sous le nom de *pinnules*, et il est clair que tout rayon visuel passant par un des points de chacun de ces crins, sera situé dans le plan vertical que détermine le bord de la règle. Le plan dans lequel se trouvent tous les rayons visuels s'appelle *plan de collimation*, et le bord de la règle mentionnée, *ligne de foi de l'alidade*. Dans une alidade parfaite le plan de collimation doit donc passer par la ligne de foi; et si avec un crayon aigu on noircit le papier tendu sur la planchette, tout le long et contre cette ligne de foi, la ligne qui en résultera sur le papier pourra être considérée

comme la trace qu'y laisserait le passage du plan de collimation.

134. L'alidade dont se servent les officiers au corps royal des ingénieurs géographes militaires est beaucoup plus parfaite que la précédente. Aussi simple à concevoir, si le prix en est plus élevé, elle a sur elle le double avantage de ne pas fatiguer la vue, et de conduire à des résultats d'une exactitude incomparablement plus grande. L'alidade dont nous parlons dessinée en élévation, *fig.* 24, se compose d'une *règle* de cuivre *RR*, sur la large face supérieure de laquelle s'élève une *colonne* de cuivre *C*, fixée par sa base à un *soubassement bb*, à charnière, de même métal. La partie de ce soubassement située au-delà de la charnière *c*, fait corps avec la règle, et l'autre partie, celle à laquelle la colonne est invariablement attachée, peut être exactement appliquée contre cette règle et retenue, quand on le veut, dans cette position, à l'aide d'une *clef f*, fixée à la règle de l'alidade avec la faculté de pouvoir pirouetter autour de son axe. La colonne *C* est surmontée d'une *tête t*, portion de cylindre droit couchée sur son chapiteau, où elle est maintenue par deux congés inférieurs. Les bases de ce cylindre ou *joues j,j'*, de la tête, disposées parallèlement à la ligne de foi de l'alidade, sont ainsi perpendiculaires à sa règle; et la tête enfin est percée d'une *bouche* cylindrique ayant pour axe le sien propre. Le *tuyau de sa lunette LL*, cylindrique, porte à une de ses extrémités *O*, le *verre objectif;* l'extrémité opposée est garnie d'un *double tirage* formé du *tube du*

réticule r, et du *tube de l'oculaire o*. Ce double tirage est très-avantageux; car, après avoir ramené les *fils du reticule* au foyer de l'objectif, on peut ensuite, sans déranger leurs situations respectives, placer le *verre oculaire* dans une position telle que son foyer aboutisse aux fils mentionnés.

Le tuyau de la lunette passe à grand frottement dans un *manchon m*, aussi cylindrique, et ayant sur le côté une saillie sous forme de deux portions de cylindres droits, placés à la suite l'un de l'autre, sur un même axe coupant à angles droits celui du manchon. Le plus gros des deux, celui qui part immédiatement du manchon, a le même diamètre que la tête de la colonne, et le plus petit, que nous appellerons le *pivot de la lunette*, peut être introduit à frottement dans la bouche de cette tête; en sorte que le *flanc du manchon* ou la base adjacente du gros cylindre s'applique sur celle des joues de la tête tournée vers la ligne de foi. Dans cette position l'*axe optique de la lunette*, c'est-à-dire le rayon visuel qui passe par le point d'intersection des deux fils du réticule, se trouve dans le prolongement du plan formant le bord de la règle, où est la ligne de foi. Et comme la lunette peut pirouetter autour de son pivot, et que la joue contre laquelle s'appuie le flanc du manchon est parallèle au bord de la règle mentionnée; il s'ensuit que toutes les positions qu'il sera possible de donner à l'axe optique de la lunette se trouveront dans un même plan, le *plan de collimation*, lequel, par suite de la structure de l'alidade, est perpendiculaire à la large face de

la règle, et passe en outre par la ligne de foi. Afin de retenir le pivot de la lunette dans la bouche de la tête de la colonne, de manière à ce que le flanc du manchon s'applique bien contre la joue de la tête adjacente, le pivot est percé longitudinalement d'un trou, servant d'écrou à une *vis de pression V*, buttant contre la joue opposée à la précédente, pour tirer à elle le manchon de la lunette.

135. La description que nous venons de donner de l'*alidade à lunette*, étant bien comprise, on verra sans peine que pour qu'un tel instrument soit parfait, les pièces qui le composent doivent satisfaire à trois conditions principales. La première c'est que la joue plane de la tête de la colonne contre laquelle butte le flanc du manchon de la lunette, soit perpendiculaire au-dessous de la règle; la seconde, que l'axe optique de la lunette soit parallèle à cette joue; et la troisième enfin, que le plan de collimation, décrit par toutes les positions possibles de cet axe, passe par la ligne de foi de l'alidade.

136. Si la colonne *C* est fixée à demeure sur le soubassement, qui d'ailleurs n'entre dans la construction de l'alidade que pour donner la facilité de la renfermer dans une plus petite boîte, en décrochant la clef *f*, et couchant la colonne et la lunette contre la règle; il faut s'en rapporter entièrement à l'artiste qui a construit l'alidade, pour l'existence de la première des conditions mentionnées. Toutefois on peut vérifier comme il suit si cette condition existe réellement. Pour cela mettons debout la co-

lonne *C*, accrochons la clef *f*, et ôtons le pivot de dedans la bouche de la tête de la colonne en dévissant entièrement la vis de pression *V*. Posons l'alidade dans cet état sur une surface plane, ainsi qu'une équerre vérifiée, ayant vers son angle une échancrure suffisante pour ne pas être arrêtée par la règle de l'alidade. Rapprochons alors l'équerre de la joue voisine de la ligne de foi, et assurons-nous ainsi par la possibilité ou l'impossibilité de leur juxta-position, que l'artiste en construisant l'alidade a satisfait ou non à la première des conditions mentionnées, sans l'existence de laquelle une alidade est évidemment fausse, et ne peut être employée.

137. Il résulte de ce qui précède, qu'il serait bon de se ménager un moyen permanent de rectification, propre à corriger le défaut auquel nous venons de voir qu'une alidade est sujette. Il suffirait pour cela d'ajuster la colonne *C* sur le soubassement *b*, comme on ajuste les miroirs des sextans, par exemple; ou de toute autre manière spéciale plus commode, qu'il est sans doute possible de trouver.

138. Quant à la seconde condition, voici comment on peut, dans le cas où le réticule est fixe, vérifier si l'artiste y a satisfait. Appliquons pour cela la ligne de foi de l'alidade contre une ligne tracée sur un plan fixe quelconque, et reconnaissons un objet très-éloigné se plaçant alors derrière celui des fils du réticule qui doit être compris dans le plan de collimation. Cela fait, plaçons l'alidade sur le même plan, de l'autre côté et le long de la ligne tracée;

dans cette position la lunette visera en arrière, et si pour viser en avant on lui fait faire une demi-révolution, en lâchant entièrement la vis de pression de son pivot, si cela est nécessaire, on devra pouvoir saisir avec le même fil du réticule, l'objet éloigné reconnu d'abord. Dans le cas où la chose ne serait pas possible, on en conclurait que l'alidade est fausse; car l'axe optique de la lunette ne serait point parallèle à la joue de la tête de la colonne, ou perpendiculaire au pivot de la lunette. Alors, en effet, au lieu de décrire le plan de collimation, les diverses positions de l'axe optique décriraient une surface conique, ou plus généralement un hyperboloïde de révolution à une nappe.

139. On voit par là de quelle nécessité est une vis de rappel, destinée à rectifier la position du réticule, de manière à détruire, quand il existe, le défaut que nous venons de signaler. Cette vis v doit être posée parallèlement au pivot de la lunette, et se manœuvrera comme il va être expliqué. Pour rectifier la position du fil du réticule, opérons d'abord comme s'il s'agissait seulement de vérifier l'exactitude de sa position. Ayant ainsi reconnu que l'objet éloigné qui se plaçait sous ce fil, ne s'y met plus quand on a retourné la règle et fait exécuter une demi-révolution à la lunette autour de son pivot, on fera, sans bouger l'alidade, et à l'aide de la vis de rappel en question, mouvoir le réticule jusqu'à ce qu'il cache le point moyen entre les deux objets visés, et la rectification sera terminée.

En effet, si, par exemple, l'axe optique de la lu-

nette était d'abord dirigé sur un objet situé à droite du plan parallèle à la joue de la tête de la colonne, passant par la petite ouverture de l'oculaire, quand on aura fait les retournemens désignés, cet axe optique visera un objet situé à gauche de ce plan, et les directions des deux objets visés auront relativement au plan mentionné des positions symétriques. D'où il suit que la direction de ce plan passe au point moyen entre les deux objets de visée, et que si on rappelle le fil du réticule sur ce point moyen, ce fil se trouvera dans le plan parallèle à la joue mentionné; il déterminera donc avec la petite ouverture de l'oculaire, des rayons visuels parallèles à cette joue, ou perpendiculaires au pivot de la lunette, ce que nous voulions obtenir. Pour s'assurer si la rectification a été bien faite, c'est-à-dire si l'on a exactement ramené le fil du réticule sur le point moyen qu'il doit couvrir, on la recommencera une seconde fois; et si les deux points de visée coïncident, on en conclura que l'on a très-bien opéré. Dans le cas contraire, on procédera à une nouvelle rectification, et on continuera ainsi jusqu'à ce que les deux points de visée se confondent.

140. La troisième condition n'est pas indispensable; car une alidade peut servir quoique son plan de collimation ne passe pas exactement par sa ligne de foi, ainsi qu'on le prouvera dans le paragraphe suivant.

141. L'alidade à lunette que nous venons de décrire, et que nous avons enseigné à rectifier, est plus compliquée et plus dispendieuse que l'alidade à

pinnules. Cependant si l'on tient non-seulement à opérer avec toute l'exactitude possible, mais encore à ne pas fatiguer ses yeux, on devra en adopter l'usage. Il nous a été impossible, quoique doués d'une vue excellente, d'opérer trois jours de suite avec une alidade à pinnules isolées, tandis que nous ne nous sommes jamais ressentis de l'emploi de l'alidade à lunette, quelque temps que nous nous en soyons servis.

Au reste, on peut, ainsi qu'on l'a fait à l'École d'application du corps royal d'état-major, se procurer, même à un prix moindre que celui d'une alidade à pinnules, une alidade en bois beaucoup plus commode, construite à l'imitation de celle à lunette. Un parallélipipède en bois, percé d'un trou longitudinal, remplace le tuyau de la lunette. Cette *visière*, comme l'appelle Dupain de Montesson, n'a pas de verres, et le réticule occupe la position de l'objectif. D'ailleurs on vérifiera et rectifiera cette alidade comme nous l'avons enseigné, parce que le réticule est doué d'un mouvement parallèle au pivot de la visière qui entre dans sa composition.

IIIe §. *Comment on obtient graphiquement, avec la* planchette *et l'*alidade, *l'angle des deux plans verticaux assignés.*

142. On obtient avec la plus grande facilité, à l'aide de la *planchette* et de l'*alidade*, l'angle de deux plans verticaux quelconques, de sorte que l'ensemble de ces deux instrumens tient lieu d'un

goniomètre (1). Soient, en effet, *A*,*B*, et *A*,*C*, *fig.* 25, les points donnés sur le terrain pour déterminer les positions des plans verticaux dont l'angle est à relever graphiquement. Ces plans se coupant suivant la verticale *AV*, du point *A*, on y transportera la planchette, à la tablette de laquelle on donnera une situation horizontale comme il a été dit n° 129, ou plus simplement encore, en se guidant avec une petite bille qu'on laissera tomber librement d'une petite hauteur, sur le milieu de la tablette, jusqu'à ce qu'elle y reste en repos ; si l'on n'a pas un œil assez exercé pour juger de l'horizontalité de la tablette à sa seule inspection. Cela fait, on cherchera comme il est représenté, sur la figure, avec un compas d'épaisseur *q*, à une pointe duquel on attachera un fil à plomb ou *perpendicule p*, le point *a* où la planchette est pénétrée par la verticale du point *A* du terrain. Ce point *a* étant ainsi obtenu, on retirera le compas d'épaisseur pour y faire passer la ligne de foi de l'alidade, que l'on tournera autour jusqu'à ce que son plan de collimation passe par le point *C*, du terrain. On reconnaît que cette circonstance a lieu quand l'image du point *C* dans la lunette, occupe un des points de l'image du fil du réticule. Cela étant, on tracera avec un crayon de mine de plomb

(1) On pourroit le nommer *goniographe*, avec tous les instrumens qui fournissent l'angle à trouver, par l'écartement de deux droites réellement existantes, et abstraction faite du nombre de grades qui serait sa mesure. Dans cette classe d'instrumens rentreraient la plupart des *recipiangles*.

une ligne *ac* sur le papier, le long et contre la ligne de foi de l'alidade, et cette ligne au crayon représentera évidemment la trace que laisserait sur la planchette le passage du plan vertical déterminé par les deux points *A*,*C*, du terrain.

On désigne ordinairement l'opération que nous venons d'exécuter, en disant que du point *A* on *rayonne* le point *C*, suivant la *direction ac*. Nous nous servirons de cette locution, en lui conservant le sens que nous venons de lui assigner, et seulement comme un moyen d'abréger le discours.

Nous dirons donc que si du même point *A* on rayonne le point *B*, suivant la direction *ab*, cette ligne *ab* pourrá être considérée comme la trace du plan vertical passant par les points *A*,*B*, du terrain. Cela fait, l'angle *bac* des deux directions obtenues par les deux *rayonnemens* successifs que nous venons d'exécuter, est l'angle demandé. En effet, les lignes *ac*, *ab*, sont situées respectivement dans les plans verticaux de *A*,*C*, et *A*,*B*, et comme ces lignes sont horizontales, elles coupent à angles droits la verticale *Aa*, intersection mutuelle des deux plans mentionnés; l'angle qu'elles comprennent est donc la mesure de celui de ces deux plans, qu'il était question d'obtenir.

143. Il est clair, d'après ce qu'on a dit sur la carte topographique naturelle, que l'angle que nous venons de tracer sur le papier, appliqué contre la tablette de la planchette, est précisément égal à celui que comprennent sur cette carte les lignes joignant la projection du point *A*, avec celles des

points *B*, et *C*. En effet, chacun de ces deux angles mesurant celui de deux mêmes plans verticaux, ils doivent avoir nécessairement des valeurs égales.

144. Nous pourrons donc nous servir de la planchette et de l'alidade pour relever les angles que comprendraient entre elles, sur la carte topographique naturelle, les projections de lignes passant par des points quelconques du terrain. Ayant choisi deux de ces points pour premiers repères, il sera donc possible d'exécuter les mesurages d'angles énoncés au n° 19, et de *relever* ainsi avec la planchette et l'alidade les positions de tous les points composant le canevas géométrique de la carte topographique naturelle, opération à laquelle nous avons vu, n° 85, que se réduit le *levé de la carte*.

Delà naîtront les *levés purement à la planchette*, et les *levés à la planchette et à la chaîne;* suivant qu'on ne fera usage que de la planchette, ou qu'on emploiera concurremment avec elle un *mètre* ou une *chaîne*.

145. Nous avons dit, n° 140, qu'il n'est pas nécessaire que le plan de collimation d'une alidade passe par la ligne de foi, et qu'on peut se servir avec confiance d'un instrument qui ne remplit pas exactement cette condition. La démonstration de cette vérité repose sur ce qui précède. Supposons, en effet, que le plan de collimation dévie à gauche de la ligne de foi par exemple, de sorte qu'il fasse avec elle un petit angle α. Quand on aura dirigé comme on l'a fait le plan de collimation sur le point *C*, la direction *ac*, que fournira la ligne de foi, ne sera plus la trace

du plan de collimation, mais bien une ligne déviant à droite de cette trace, et faisant avec elle un petit angle α.

Par la même raison, quand on rayonnera le point B, on obtiendra une direction ab, déviant à droite de la trace du plan de collimation d'un angle α. Les deux lignes ac, ab, obtenues comprendront donc le même angle qu'auraient compris les traces mentionnées, s'il eût été possible de les tracer sur la planchette; cet angle sera donc égal à celui qu'il fallait trouver.

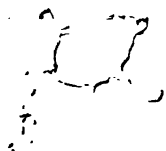
IVe §. *Ce que c'est qu'orienter un levé topographique, et comment on y parvient.*

146. On dit que la planchette ou plus exactement que *le levé topographique*, dessiné sur la feuille de papier qui la recouvre, *est orienté*, *lorsque* ce levé *étant horizontal, la ligne qui y joint les positions de deux points quelconques du terrain, est parallèle au plan vertical que ces points déterminent; et qu'en outre ces points et leurs positions sont disposés dans le même ordre.* La planchette est donc alors tellement placée sur le terrain, que toutes les lignes du levé sont respectivement parallèles aux lignes de la carte topographique naturelle qu'elles représentent; puisque ce levé ne doit être qu'une figure plane semblable à cette carte.

147. Il suit delà qu'il sera très-facile d'orienter un levé topographique quand on y connaîtra, soit la ligne qui doit contenir les positions de deux points

du terrain assignés, soit une parallèle à cette ligne. S'il est en effet possible de se transporter à l'un de ces deux points, on y disposera horizontalement la tablette de la planchette, comme il a été enseigné n° 129, tout en orientant à vue d'œil le levé topographique; et mettant aussi à vue la ligne connue sur ce levé, dans la verticale du point où l'on opère. La ligne de foi de l'alidade étant posée ensuite le long de la ligne du levé, on fera tourner la planchette autour de son pivot, jusqu'à ce que le second point auquel on ne s'est pas transporté, puisse être compris dans le champ de la lunette de l'alidade. Cela étant, on serrera la pince de la planchette, et à l'aide de sa vis de rappel, on fera de nouveau tourner doucement la tablette, afin que l'image du second point mentionné se place bien derrière le fil du réticule, déterminant le plan de collimation. Laissant le tout dans la situation actuelle, on vérifiera à l'aide d'un compas d'épaisseur à perpendicule, si la ligne de foi de l'alidade passe par la verticale du point où l'on s'est transporté, et si cela a lieu le levé sera orienté.

Lorsque la ligne de foi ne passera pas par la verticale mentionnée, la pointe supérieure du compas d'épaisseur montrera de combien elle s'en écarte, et de quel coté; on déplacera donc d'environ le double de cette quantité, et dans le sens opposé sur le terrain, la pointe de celle des jambes du trépied de la planchette que l'on aura eu soin de disposer dans une direction perpendiculaire à celle sur laquelle on doit s'orienter, afin de ramener dans la



verticale en question la ligne connue du levé. Ce déplacement de la planchette opéré, on exécutera une seconde fois les opérations décrites, et on vérifiera de même si la seconde position que la planchette occupe sur le terrain, se prête à l'*orientation* du levé tendu sur sa tablette.

Si la seconde position de la planchette n'était pas convenable, il faudrait lui en donner une troisième, et continuer ainsi jusqu'à ce que le plan de collimation étant dirigé sur le point que l'on n'a pas occupé, la ligne de foi de l'alidade passe par la verticale du point où l'on opère. Le levé est alors effectivement orienté, puisque les points du terrain et la ligne du levé sont dans un même plan vertical, et que ces points et leurs positions suivent le même ordre.

148. Quand on ne pourra pas se transporter à l'un des deux points du terrain dont les positions doivent se trouver sur la ligne du levé donnée, ou au moins sur une parallèle à cette ligne, il faudra pouvoir approcher quelque part le plan vertical que ces points déterminent. On commencera donc par s'assurer avec deux *jalons* ou bâtons ferrés par un bout, afin de pouvoir être facilement fichés à terre, si le plan vertical des deux points donnés *R*,*P*, *fig.* 26, a passé réellement au lieu *J* que l'on aura estimé lui appartenir. Pour cela dressons verticalement un premier jalon au point *J*, et un second jalon J' dans le plan vertical des points *JR*, ou, comme on dit ordinairement, dans la *direction JR*. En nous plaçant en *J'*, nous verrons si la direction *J'J* passe par

le point P, ou si elle s'en écarte comme dans la figure. Dans le premier cas, les points J,J', appartiennent réellement au plan vertical de R et P. Dans le second, il faut enlever le jalon du point J, pour aller le placer en un point i, situé un peu hors de l'alignement $J'P$, et du côté de la ligne RP; après quoi on déplacera le jalon J' pour le transporter en i', dans l'alignement iR. Cela fait, on examinera comme précédemment si la direction $i'i$, passe par le point P, ou si elle s'en écarte encore; dans le premier cas on aura obtenu deux points i, i', du passage du plan vertical de RP; dans le second cas, les jalons i,i', seront plus voisins de ce passage que les jalons J,J', de sorte qu'on pourra s'en servir pour obtenir, comme on l'a enseigné, deux nouvelles positions des jalons qui, si elles ne sont pas dans le plan RP, en seront très-voisines. On voit qu'en continuant ainsi, on parviendra par une suite de tâtonnemens efficaces, à placer deux jalons R',P', dans le plan vertical proposé. Il est clair que le concours de deux observateurs accélère considérablement l'opération que nous venons de détailler.

149. Ayant ainsi trouvé deux points du terrain appartenant au plan vertical des deux points R,P, *fig.* 31, on orientera le levé à vue d'œil tout en faisant passer le mieux possible la ligne rp donnée sur ce levé, par la verticale de l'un des deux points trouvés. Cela fait, voici comment on s'assurera que la ligne rp est réellement située dans le plan vertical des deux points R,P, mentionnés. On posera l'alidade sur la planchette de manière que sa ligne de

foi passe par la ligne *rp*, et on fera tourner la planchette autour de son pivot jusqu'à ce que le plan de collimation de l'alidade aboutisse au point *P* du terrain, par exemple. Laissant la planchette immobile dans sa situation actuelle, on déplacera l'alidade pour la diriger vers le point *R*, en remettant sa ligne de foi contre la ligne *rp*. Si, dans cette position de l'alidade, l'image du point *R* vient se placer sur le fil du réticule de la lunette, ou, ce qui est la même chose, si le plan de collimation de l'alidade passe par le point *R*, on en concluera évidemment que la ligne *rp*, se trouve dans le plan vertical des points *R*,*P*; et que par conséquent le levé est orienté.

150. Voyons maintenant comment il faut agir lorsque l'image du point *R* ne se place pas exactement sous le fil du réticule, duquel au reste elle ne peut être que très-peu éloignée, si le *jalonnage* expliqué a été bien fait. Si c'est un objet à droite de ce point *R*, par exemple, qui se peigne sous le fil, ce sera une preuve que le plan de collimation de l'alidade dans sa seconde position passe à droite du plan vertical des points *R*,*P*. Et comme les plans de collimation relatifs aux deux positions successives de l'alidade parfaite, occupent le même lieu de l'espace, on en concluera que la ligne *rp*, du levé, est hors et un peu à droite du plan vertical dans lequel on veut la placer. Pour l'y ramener il faudra se servir de la jambe du trépied de la planchette, que l'on aura dû disposer au commencement de l'opération dans une direction estimée perpendiculaire à celle

RP sur laquelle on veut s'orienter. Laissant à leur place les pointes des deux autres jambes du trépied, déterminant sur le terrain une ligne à peu près parallèle à *RP*, on ouvrira la jambe mentionnée de manière à placer son extrémité sur un point du terrain à gauche celui qu'elle occupait d'abord, et distant d'une quantité à peu près double de l'écartement estimé, à l'endroit de l'opération, entre la ligne *rp* et le plan vertical de *R*, *P*. Cela bien fait, la tête du trépied se sera transportée vers la gauche, d'environ la moitié du chemin parcouru par la pointe de la jambe mise en mouvement. Si donc on remet la tablette de la planchette dans une situation horizontale, et si avec l'alidade on recommence la manœuvre indiquée plus haut, après son retonnement l'image du point *R*, ou du moins celle d'un point qui en sera plus voisin que celui précédemment obtenu, se placera sous le fil du réticule. Dans le premier cas on sera orienté; dans le second, il faudra procéder à une nouvelle rectification tout-à-fait semblable à celle que nous venons d'exécuter, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on soit parvenu à se bien orienter. Les tâtonnemens qui doivent conduire à la position du levé cherchée se réduiront au reste à fort peu de chose, quand avec le coup d'œil on aura acquis par la pratique sur le terrain, la facilité de manœuvrer la planchette et l'alidade.

V^e^ §. *Comment on met un levé topographique en station.*

151. Sachant comment se pratique l'orientation

d'un levé topographique, rien n'est si simple que de le mettre en station. *Un levé topographique est effectivement en station pour un point assigné du terrain, quand ce levé est placé de manière qu'étant orienté, la verticale du point assigné passe par le point du levé qui est sa position.* Il résulte de cet énoncé, et de la nature des mouvemens qu'il est possible d'imprimer aux diverses pièces composant la planchette décrite, qu'on n'aura réussi à mettre en station un levé tendu sur la tablette, qu'après un plus ou moins grand nombre de tâtonnemens; nombre qui ne sera d'ailleurs guère plus considérable que celui des tâtonnemens à faire pour s'orienter sur une direction donnée.

152. Croyant diminuer la consommation de temps que nécessite l'orientation et la mise en station d'un levé fixé sur une planchette, on a essayé de composer cet instrument de manière à pouvoir ramener un point quelconque du papier sur un des points du terrain situé sous la première position de la tablette, soit à l'aide d'un pivot excentrique, soit à l'aide d'une tablette de renfort ayant deux mouvemens horizontaux s'exécutant dans des coulisses perpendiculaires entre elles. De tels systèmes de composition de la planchette séduisent d'abord en théorie; mis en pratique, on s'aperçoit bientôt que le temps est parfois même loin d'être économisé, à cause de la difficulté de bien faire la part à chacun des mouvemens dont l'ensemble doit conduire à la position cherchée; aussi la composition de la planchette que nous avons décrite a prévalu, et est avec

raison la seule employée dans les levés topographiques. Les échelles auxquelles on a coutume de construire ces levés permettent en effet de substituer à des solutions rigoureuses de problèmes, des solutions approximatives qui dispensent d'une mise en station exacte; ce qui rend inutile, au moins pour les opérations des levés construits à d'assez petites échelles, la complication de la planchette.

153. Il suit de ce qu'on a dit sur la mise en station d'un levé topographique, que cette opération ne peut être effectuée que sur le terrain même; tandis qu'il est possible d'orienter le levé en un lieu hors du terrain qu'il représente.

154. A l'exception du cas où le levé serait construit à l'échelle du pair, ce qui le rendrait égal à la carte topographique naturelle, ce levé étant en station pour un point connu du terrain, les verticales de tous les autres points de ce terrain ne contiendront pas les points du levé qui sont leurs positions respectives. Supposons en effet que la planchette représentée, *fig.* 25, soit en station pour le point *A* du terrain, condition que l'on obtiendra en mettant comme on sait la ligne *ac* donnée pour s'orienter, dans le plan vertical de *A*, *C*, dont cette ligne est la position, et en outre le point *a*, position de *A*, dans la verticale de ce point. Cela étant, *AB* et sa position *ab* se trouveront dans un même plan vertical, et quelle que soit l'échelle du levé, la distance *ab* des verticales *AV*, *BB'* des points *A* et *B*, prise à l'échelle, aura toujours une valeur différente de *aB'*, et ordinairement plus petite; donc la verticale

du point quelconque B, et celle de la position b de ce point sur le levé, occupent des lieux différens de l'espace ; d'où il résulte qu'une levé topographique orienté ne peut être généralement en station que pour un seul de ses points.

Dans le cas où l'échelle serait celle du pair ou $\frac{1}{1}$, la ligne ab égalerait la ligne aB', et il s'ensuivrait que les points b,B', se confondraient, et que par suite le levé, égal alors à la carte topographique naturelle, serait en station pour tous les points du terrain dès qu'on l'aurait mis en station à l'un quelconque d'entre eux ; ce qui justifie l'exception que nous avons faite tout à l'heure.

VIe §. *Comment on trouve le point pour lequel est en station un levé topographique orienté en un lieu du terrain qu'il représente.*

155. Si un levé est préalablement orienté en un lieu quelconque du terrain qu'il représente, on pourra fort simplement déterminer le point pour lequel ce levé est en station. Supposons en effet que a,b, *fig.* 27, soient sur un levé orienté les positions des deux points A,B, du terrain. Cela étant, si on fait tourner autour du point a la ligne de foi de l'alidade, jusqu'à ce que le plan de collimation passe par le point correspondant A du terrain, la ligne as, tracée au crayon le long de la ligne de foi, représentera la trace du plan vertical déterminé par les points a,A. On obtiendra de même la trace bs, du plan vertical passant actuellement aux points b,B, correspondans du levé et du terrain ; de sorte

que si l'on projette en S sur ce terrain l'intersection s, des directions conduites sur la planchette, le triangle sab sera semblable au triangle SAB de la carte topographique naturelle. Le point s étant ainsi placé relativement aux points a,b, comme l'est le point S à l'égard des points A, B, dont a,b, sont les positions, sera lui-même la position du point S du terrain, pour lequel le levé est donc en station.

156. Il convient de faire voir que tout autre plan vertical que celui déterminé par les points b,B, fournit, combiné avec le plan vertical des points a,A, le même point S de station déjà trouvé; ce qui donnera un moyen de vérifier l'exactitude des opérations exécutées pour arriver au point de station mentionné. Il est clair que nous y serons parvenus, si nous prouvons que le plan vertical déterminé par le point quelconque C du terrain, et sa position c sur le levé, coupe le plan vertical des points A,a, suivant la verticale Ss, d'abord obtenue. Supposons pour cela que l'intersection des plans verticaux considérés soit la verticale $S's'$, différente de Ss; dans cette hypothèse, le triangle $S'AC$ de la carte topographique naturelle serait semblable au triangle $s'ac$ qui le représenterait sur le levé, et on aurait la proportion $S'A : s'a = AC : ac$. Or, on a de même $SA : sa = AB : ab$, et puisque d'ailleurs $AB : ab = AC : ac$, il s'ensuit que $S'A : s'a = SA : sa$. Cette dernière proportion pouvant être écrite sous la forme $(S'A - s'a) : s'a = (SA - sa) : sa$, et $S'A - s'a$ étant égal à $SA - sa$, il en résulte que $s'a = sa$, c'est-à-dire que le nouveau point S' de station fourni

par les deux plans verticaux des points A,a, et C,c, doit coïncider avec le point de station S précédemment obtenu.

157. On tire de là un moyen de vérifier sur un levé préalablement orienté l'exactitude des opérations exécutées pour déterminer le point de station. Il suffit en effet de poser l'alidade de manière à ce que sa ligne de foi passe par la position à vérifier du point de station obtenu, et par la position d'un point quelconque du terrain, visible; dans cette situation, si l'on a bien opéré, l'image de ce point devra se placer derrière le fil du réticule de la lunette convenablement inclinée.

Il est d'ailleurs évident que l'on peut vérifier de la même manière l'exactitude de la position d'un point quelconque du terrain, obtenue par tous autres procédés, tels, par exemple, que ceux qui vont faire le sujet des chapitres suivans.

CHAPITRE V.

THÉORIE DES LEVÉS PUREMENT A LA PLANCHETTE.

Ier §. *Généralités sur les levés purement à la planchette.*

158. Nous avons vu, n° 17 et suivans, que l'emploi de deux points de repère, pour donner une idée précise des positions respectives d'un nombre quelconque de points distribués sur une surface plane, tels que ceux formant le canevas géométrique de la carte topographique naturelle, peut être varié de plusieurs manières. Nous avons dit alors, que les deux repères étant choisis, le triangle qu'ils forment avec chaque point indéterminé peut être d'abord construit par suite du mesurage de deux de ses angles seulement. Or, d'après l'usage combiné de la planchette et de l'alidade, qui a été expliqué au n° 142, on doit regarder l'ensemble de ces deux instrumens comme remplaçant un goniomètre. Ces instrumens pourront donc servir à construire des levés, sans employer des mesures de distance; et ces *levés purement à la planchette* s'exécutant ainsi sans faire usage de l'échelle, la connaissance de cette dernière sera dans ce cas une chose superflue, et tout-à-fait inutile pour le tracé de la carte.

159. Les combinaisons primitives d'angles que l'on peut employer dans les levés purement à la planchette sont au nombre de deux, savoir :

1° Les angles à chacun des repères, ce qui exige que l'on puisse y stationner, et qu'ils soient visibles l'un de l'autre. Dans ce cas le point à déterminer peut se trouver dans une localité quelconque; il est seulement nécessaire qu'il soit visible de chacun des repères mentionnés. C'est ce qu'on a voulu représenter par la *fig.* 3. Les angles à mesurer y sont marqués d'un petit arc de cercle, et les lignes, qui doivent être visibles de l'une de leurs extrémités à l'autre, sont accompagnées d'une flèche indiquant la direction du rayon visuel.

2° L'angle à un des repères et celui au point à déterminer. Il faut alors pouvoir stationner à ces deux points, qui doivent aussi être visibles l'un de l'autre. Quant au second repère, il peut actuellement se trouver dans une localité quelconque; il est seulement indispensable qu'on puisse le découvrir de chacun des deux points mentionnés. C'est ce que représente la *fig.* 4, où l'on a employé les mêmes conventions que dans la figure précédente. En disant que le second repère peut se trouver dans une localité quelconque, nous voulons dire qu'il peut ou non être accessible, et qu'on peut ou non y stationner, soit par suite de sa forme ou de sa position, soit à cause d'obstacles permanens ou momentanés s'opposant à son approche.

Outre ces deux cas fondamentaux on peut, à l'aide d'artifices de construction, déterminer, ainsi

qu'on le verra, les positions de points d'après des repères ne se trouvant pas dans des combinaisons de localité telles que les deux énoncées.

160. Dans tous les cas, les opérations que l'on sera obligé de concevoir donneront naissance à des triangles superposés en partie, ou se touchant par un côté commun, savoir la ligne qui joint les deux points de repère, laquelle a été pour cette raison nommée *base* du levé, aussi bien que celle qui la représente sur le dessin à construire. On verra sans peine, et surtout à cause de la forme particulière qu'il faut donner aux triangles servant à déterminer les points inconnus, qu'il est impossible de conserver les deux mêmes points de repère choisis pour départ, ou la même base pendant tout un levé. Aussi afin d'éviter l'accumulation des erreurs que l'on pourrait commettre en accotant de petits triangles les uns aux autres, on choisit pour repères de départ deux points situés vers les limites du terrain à lever, et qui en dominent l'étendue, afin de placer relativement à leurs positions arrêtées à volonté sur le papier, si elles n'y sont pas données préalablement, celles des points les plus remarquables qu'on y découvre, formant avec eux des triangles de forme convenable, et les plus propres à devenir ultérieurement des points de station. La forme à donner aux triangles mentionnés doit être telle, que l'angle au point indéterminé ne s'écarte pas de l'angle droit d'une quantité plus grande que $\frac{1}{3}$ 100 grades.

Il est évident que par ce moyen on se procure un

nombre plus ou moins considérable de nouveaux points de repère, ou de bases plus ou moins étendues, répandues sur le terrain, et à l'aide desquelles on parviendra plus sûrement aux positions des autres points inconnus du canevas géométrique de la carte topographique.

161. Toutes les fois qu'on sera libre de choisir les localités et les repères de départ, il sera sans doute avantageux de choisir ces deux points accessibles, et d'opérer comme on l'enseignera dans ce cas. On pourra même continuer d'agir ainsi, tant que les points du terrain invisibles de ces deux repères n'en seront pas séparés par des points inaccessibles, où par des points auxquels il serait impossible de faire des stations intermédiaires.

Or, comme ces cas se présentent fréquemment, soit parce qu'on ne peut, soit parce qu'on ne veut se transporter ou stationner à ces points intermédiaires, et que même les deux points de repère de départ peuvent se trouver dans des circonstances pareilles; il convient de faire voir que, quelles que soient les localités où puissent être deux points assignés ou pris pour repères, il est toujours facile de déterminer sur la carte les positions d'autant de points que l'on veut, du terrain à décrire. C'est ce dont nous allons successivement nous occuper.

IIe §. *On propose de déterminer la position d'un point quelconque visible de deux points de repère où l'on peut stationner, et dont les positions sont données sur la carte.*

162. Les opérations à faire pour arriver, dans le cas actuel, à la position cherchée, sont de la plus grande simplicité, comme on va le voir par le détail suivant. On se transportera à l'un quelconque des deux repères, au point R, *fig.* 28, par exemple, où l'on se mettra en station comme il a été enseigné, n° 151, en se servant de la position r de R, et de la position rp de la ligne RP. Alors, faisant passer la ligne de foi de l'alidade par le point r, on rayonnera le point X du terrain dont on veut obtenir la position, suivant la direction rx' qui devra ainsi la contenir.

Cela fait, on ira au second repère P, où l'on se mettra de même en station à l'aide de sa position p et de celle rp de la ligne RP; après quoi ayant rayonné le point X suivant la direction px'', passant par la position p du repère où l'on se trouve, l'opération sera terminée. Car les lignes px'', rx', devant contenir toutes les deux la position cherchée, celle-ci ne pourra être que leur intersection mutuelle x. Et en effet le triangle rxp dont les sommets r, p, sont par hypothèse les positions des repères, est semblable au triangle RXP de la carte topographique naturelle, puisque par construction les angles $x'rp$, $x''pr$ obtenus sur la planchette sont respectivement égaux aux angles XRP, XPR de la carte mentionnée. Le point x est donc placé sur le levé rela-

tivement aux points r, p, comme l'est sur la carte topographique naturelle le point X à l'égard des repères R, P.

163. Le point X dont on vient d'arrêter la position sur le levé étant quelconque, la méthode est générale, et s'applique également à tous les points du terrain, accessibles ou non, que l'on peut apercevoir des deux repères choisis. Cependant, abstraction faite de toute erreur commise en opérant, on ne devra considérer, ainsi qu'on l'a dit n° 160, comme suffisamment bien déterminés, que les points dont les positions résulteront de l'intersection de deux lignes se coupant à angles droits, ou sous des angles n'en différant pas de plus de $\frac{1}{3}$ 100 grades.

164. Le moyen de détermination des positions inconnues des divers points d'un terrain, que nous venons d'expliquer, connu sous le nom de méthode d'*intersection*, étant d'un emploi très-avantageux sous le rapport de l'économie de temps qu'il procure, on doit chercher à en faire usage le plus souvent possible. Pour cela on tâchera de déterminer, avant de quitter les repères de départ, les positions du plus grand nombre de points du terrain où il soit possible de stationner ultérieurement, pour y procéder à la détermination des points que des lignes partant des premiers repères n'auraient pu donner par une intersection assez distincte; et celles encore des points invisibles de l'un ou des deux repères de départ.

IIIe §. *Ne pouvant stationner qu'à l'un des deux points dont les positions sont données pour repères, déterminer la position d'un point désigné, où l'on peut stationner.*

165. Les opérations à exécuter ici différeront peu de celles dont on a fait usage dans la résolution du problème précédent. On ira en effet au repère R, *fig.* 29, où l'on peut stationner, et l'on s'y mettra en station en employant pour cela la position r de ce repère, et celle rp de la ligne RP. Le levé étant dans la situation convenable, et la ligne de foi de l'alidade passant par le point r, on rayonnera le point X dont on veut obtenir la position, suivant la ligne rx' où elle devra ainsi se trouver. Cela fait, on ne peut aller se mettre en station au second repère qui est inaccessible, par exemple; mais comme il est possible de stationner au point X indéterminé, et que la position rx' de la ligne RX, passant par ce point est connue, on pourra facilement s'y orienter, ainsi qu'il a été enseigné, en se servant des lignes dont il est question. On cherchera ensuite le point x'' de la ligne rx', qui se trouve actuellement dans la verticale de X, pour y faire passer la ligne de foi de l'alidade, pendant qu'on rayonnera le repère P, suivant la ligne $x''p'$, laquelle ne passera pas généralement par la position p du repère visé.

Toutefois, l'angle $rx''p'$ obtenu sur la planchette sera égal à l'angle RXP de la carte topographique naturelle. Si donc on conduit par le point p une droite px parallèle à $p'x''$, le point x, où elle coupera la ligne

rx', sera la position cherchée du point X du terrain. En effet, le triangle rpx formé sur le levé, et s'appuyant sur les positions r,p, des repères, est semblable au triangle RPX de la carte mentionnée; car d'après l'égalité des angles désignés plus haut, l'angle pxr égale l'angle PXR, et d'autre part l'angle $x'rp$ pris au premier repère, est égal à l'angle XRP.

166. Au reste on peut se dispenser de tracer sur le levé la ligne auxiliaire $x''p'$, en faisant usage d'une feuille accessoire de papier opaque ou transparent. En effet, ayant fixé cette feuille de papier au-dessus de celle du levé, sur la planchette disposée horizontalement en X, on cherchera, comme précédemment, celui de ses points x'' qui se trouve actuellement dans la verticale de X; puis mettant la ligne de foi de l'alidade sur ce point x'', on rayonnera successivement les points du terrain R, P, donnés pour repères, suivant les deux directions $x''r$, $x''p'$, cela fait on enlèvera cette feuille de papier, et on la découpera le long des directions mentionnées, si le papier n'est pas transparent. Il est clair alors qu'en faisant glisser la ligne $x''r$, le long de la direction rx' tracée sur la planchette lorsqu'on était en R, jusqu'à ce que l'autre ligne $x''p'$ passe par le point p; on obtiendra la position cherchée du point X, en décalquant en x sur le levé, le point x'' de la feuille de papier accessoire, située sur le levé comme on vient de le dire.

IVe §. *On ne peut stationner qu'à l'un des deux points dont les positions sont données pour repères.*

Art. I. *Déterminer le point de station en un lieu désigné.*

167. Puisque nous avons appris, n° 155 et suivans, à déterminer le point pour lequel un levé préalablement orienté se trouve en station, en ne faisant usage que de deux points du terrain et de leurs positions sur le levé, il est clair que la solution du problème actuel se réduit à chercher le moyen de s'orienter au lieu proposé, et la chose est fort simple. On ira se mettre en station au point de repère *R*, *fig.* 30, où cela est possible, en employant pour cet objet la position *r* de ce point, et celle *rp* de la ligne *RP* passant par les deux repères. Cela fait, et du point *R*, on rayonnera suivant la ligne *rd'* un point quelconque *D*, choisi dans le prolongement de la direction du lieu où l'on doit obtenir le point de station, et il est clair que la direction *rd'* tracée sur la planchette, servira à s'orienter en un endroit quelconque du plan vertical passant par *R*, *D*, et par suite aussi au lieu où le point de station doit être obtenu.

Partant, allons orienter notre levé au lieu assigné, comme le représente la figure; et rayonnons alors le repère inaccessible *P*, la ligne de foi de l'alidade passant par la position *p* de ce point sur le levé; la direction *pp'*, que nous obtiendrons ainsi, fournira par sa rencontre avec la ligne *rd'* déjà tracée, la position *s* du point de station que

l'on pourra projeter en S sur le terrain à l'aide de sa verticale.

168. Il est manifeste que la solution du problème actuel peut s'exécuter bien plus promptement que celle du problème qui précède. En effet, il fallait alors se mettre en station au point X assigné, tandis qu'il suffit ici de s'orienter sur une direction donnée. Il fallait de plus conduire des parallèles aux lignes obtenues sur la planchette, opération dont on est actuellement dispensé, et qui ne laisse pas de consommer assez de temps.

On voit d'ailleurs qu'étant orienté en un endroit quelconque de la ligne RD, d'où on apercevra le repère inaccessible P, on pourra obtenir le point pour lequel le levé sera en station. L'opération que l'on exécute alors est une de celles que l'on désigne sous le nom de *Méthode de recoupement.*

169. Il est essentiel de bien saisir la différence qui existe entre les deux problèmes que nous venons de comparer; car, lorsque l'échelle est sensible, leur confusion jette dans des erreurs plus ou moins considérables. Ces erreurs se manifesteraient dans un levé de fortification, dans le plan d'une petite propriété, en un mot dans un levé spécial quelconque.

C'est pour ne pas avoir fait la distinction que nous venons de signaler que le moyen de lever à la planchette, donné sans restriction par M. Joly dans l'*Encyclopédie méthodique*, page 271, sous le titre de *seconde méthode*, est mathématiquement inexact. Ce moyen, reproduit dans le IIIe numéro du *Mémo-*

rial du dépôt de la guerre, page 48, y est resté dans la même imperfection où il se trouvait d'abord, au cinquième chapitre de la seconde partie de l'*Art de lever les plans*, par Dupain de Montesson.

Art. II. *Examen des cas où les deux problèmes précédens conduisent sensiblement au même point sur la carte.*

170. La résolution du dernier problème dont nous venons de nous occuper étant d'une exécution très-prompte et très-facile, il convient d'examiner s'il ne se présente pas souvent des circonstances qui permettent de la substituer sans erreur sensible à la résolution du problème précédent. En d'autres termes, il nous faut voir s'il n'arrive pas souvent que la position sur la carte, du point de station obtenu dans le voisinage d'un point du terrain assigné, puisse être regardée, sans erreur sensible, comme étant la position de ce point assigné lui-même.

Supposons que le point X, *fig.* 36, soit celui du terrain dont il faut obtenir la position sur la carte, et que, pour chercher le point de station dans le voisinage, on aille s'y orienter comme on l'a fait, à l'aide de la ligne rd' position de celle RX de la carte topographique naturelle, on pourra sans beaucoup d'essais faire en sorte que la verticale de X passe vers le milieu de la longueur totale de la ligne rd'. Cela étant, et à cause des dimensions ordinaires de la tablette de la planchette, il est clair que le point de station s que l'on obtiendra comme il a été

enseigné, ne pourra jamais être éloigné de plus de 0,$^{mèt.}$25 de la verticale du point X à déterminer. Donc le point S du terrain, situé dans la verticale du point de station obtenu en s sur la carte, ne sera tout au plus qu'à 0,$^{mèt.}$25 de distance horizontale du point X mentionné; et par suite le point s ne pourra être distant sur la carte, de la position inconnue de X, que de la longueur de ligne qui à l'échelle représente 0,$^{mèt.}$25.

Il sera donc permis de regarder le point de station s obtenu, comme étant la position cherchée du point X assigné, quand l'échelle rendra une longueur de 0,$^{mèt.}$25 insensible sur la carte; et à l'échelle de $\frac{1}{2000}$, la longueur mentionnée est représentée par 0,$^{mèt.}$000125, quantité déjà bien petite.

171. Mais un topographe exercé peut rendre la distance des points X, S, bien moins grande que nous avons dû la supposer; car il estimera toujours assez bien le lieu que doit occuper sur la ligne rd' la position inconnue du point X à déterminer, pour la placer à moins de 0,$^{mèt.}$1 dans la verticale de ce point. Il est clair alors que le point de station s et son correspondant S sur le terrain, ne pourront être éloignés de plus de 0,$^{mèt.}$1 de la verticale du point X. D'où il résulte qu'en regardant le point s comme la position de X, on ne commettra qu'une erreur égale au plus à 0,$^{mèt.}$1 pris sur l'échelle. Si donc on lève la carte au $\frac{1}{1000}$, l'erreur mentionnée sera, dans ce cas, égale à 0,$^{mèt.}$0001. Il faut conclure de là, et il demeure prouvé, qu'un topographe adroit, levant une carte à une quelconque des échelles du

Dépôt de la guerre, pourra toujours faire la supposition que nous venons ainsi de justifier complétement dans cette hypothèse.

V^e §. *Les deux points dont les positions sont données pour repères étant inaccessibles, et pouvant stationner en un lieu du plan vertical que ces repères déterminent, lieu dont la position est néanmoins inconnue sur la carte, on propose de déterminer la position d'un point désigné où l'on peut stationner.*

172. Choisissons un point quelconque A, *fig.* 31, du lieu du plan vertical des repères R, P, où l'on peut stationner. Transportons-y notre planchette, et orientons notre levé à l'aide de la ligne rp position de RP. Faisons passer ensuite la ligne de foi de l'alidade par le point a' de rp, qui se trouve actuellement dans la verticale de A, et rayonnons suivant la ligne $a'x'$, le point X duquel il faut obtenir la position. Cela fait, on peut aller en X, et y orienter le levé sur la direction XA, à l'aide de la ligne $a'x'$ tracée d'abord. Dans cette position on cherchera le point x'' de $a'x'$ qui se trouve actuellement dans la verticale de X, et faisant tourner autour de ce point la ligne de foi de l'alidade, on rayonnera successivement les deux repères R, P, suivant les directions $x''r'$, $x''p'$, qui ne passeront pas généralement aux points r, p; et qui, d'après cette construction, feront avec la ligne rp des angles respectivement égaux à ceux que font avec la ligne RP, sur la carte topographique naturelle, les lignes XR, XP.

Donc si par les points r, p, on conduit des parallèles rx, px, aux lignes $r'x''$, $p'x''$, le point x d'intersection de ces deux parallèles sera la position cherchée du point X; puisque le triangle rxp s'appuyant sur les positions r, p, des repères, est semblable au triangle RXP de la carte topographique naturelle.

173. On peut au reste se dispenser de tracer les directions auxiliaires $r'x''$, $p'x''$, sur la carte elle-même. Il faut pour cela fixer momentanément par dessus, une feuille de papier accessoire, opaque ou transparent, et chercher toujours celui x'' des points de ce papier qui se trouve dans la verticale du point X à déterminer. On rayonnera ensuite les deux repères R, P, ainsi que le point accessible A du plan vertical qu'ils déterminent, l'alidade passant constamment par le point x'', ce qui fournira sur la feuille de papier employée trois directions $x''r'$, $x''a'$, $x''p'$. Cela fait on enlevera ce papier qui, s'il n'est pas transparent, sera découpé le long des directions obtenues. Alors on appliquera la ligne $x''a'$ contre celle $a'x'$ tracée au point A sur le levé, et on fera glisser le papier jusqu'à ce que la direction $x''r'$ passe par le point r. Dans cette position on décalquera la ligne $x''r'$, en rx sur le levé, et celle-ci contiendra quelque part la position cherchée de X. On fera de même glisser de nouveau le papier, $x''a'$ étant sur $a'x'$, jusqu'à ce que $x''p'$ passe par le point p, on décalquera $x''p'$ en px sur le levé, et cette dernière ligne devant contenir la position de X, son intersection x avec la ligne rx déjà tracée sera la position que l'on cherche.

174. La position x de X obtenue, on peut surabondamment ajouter au levé celle du point A accessible du plan vertical des deux repères R, P. Il suffit en effet pour cela de conduire par le point x une ligne xa parallèle à $x'a'$, car la rencontre a de cette parallèle avec la ligne rp est la position du point A mentionné, puisque le triangle rxa est semblable au triangle RXA de la carte topographique naturelle.

VIe §. *Les deux points dont les positions sont données pour repères étant inaccessibles, et pouvant stationner en un endroit inconnu de position, du plan vertical que les repères déterminent.*

Art. I. *Obtenir le point de station en un lieu assigné.*

175. Le problème actuel a beaucoup d'analogie avec le précédent, et il est clair que sa solution se réduit à trouver le moyen de s'orienter au lieu où le point de station doit être obtenu. Pour cela on ira s'orienter d'abord au point A, *fig.* 32, où le plan vertical des repères R, P, est abordable, en se servant de la position rp de la ligne RP de la carte topographique naturelle; et après avoir reconnu le point a' de la ligne rp où le levé est pénétré par la verticale du point A, on rayonnera suivant la ligne $a'd'$ un point éloigné D, dans la direction du lieu proposé. Cela fait, il est clair que la ligne $a'd'$ pourra servir à s'orienter dans un endroit quelconque de la direction AD, et par consé-

quent au lieu où le point de station doit être obtenu. On ira donc en ce lieu orienter le levé comme il est représenté dans la figure, et puis la ligne de foi de l'alidade passant successivement aux positions r, p, des repères R, P, on les rayonnera suivant les directions respectives rr', pp', dont l'intersection s sera la position du point de station cherché. On projettera ce point en S sur le terrain, pour s'en servir ultérieurement comme on le jugera convenable. Tout ce que nous venons de dire se justifiera par des raisons semblables à celles qui ont été données n° 155 et suivans.

176. On peut surabondamment déterminer, si on le désire, la position du point A, où le plan vertical des repères R, P, est accessible. Il suffit pour cela de rayonner ce point, la ligne de foi de l'alidade passant par la position s, du point de station S obtenu, et l'intersection a de la direction sa ainsi tracée, avec la ligne rp, sera la position cherchée de A. Car le levé étant en station, la position de ce point appartenant d'ailleurs au plan vertical de R, P, doit se trouver à la fois sur les lignes sa et rp. La ligne sa n'est pas, comme dans le problème précédent, parallèle à la ligne $a'd'$; ici ces lignes concourent au contraire vers le point A.

Art. II. *Examen des cas où les deux problèmes précédens conduisent sensiblement au même point sur la carte.*

177. Par des raisonnemens entièrement semblables à ceux exposés dans l'art. II du IVe §, on conclura de même ici, qu'il est permis de prendre

pour la position d'un point du terrain situé sous la tablette de la planchette, celle du point de station déterminé pour une telle situation de l'instrument, tant qu'on lève à une des échelles du Dépôt de la guerre. Cette hypothèse conduira à des résultats d'autant moins erronés, que l'on aura acquis plus de facilité à manier la planchette, et que l'on saura mieux estimer le lieu du levé que doit occuper la position d'un point à déterminer.

D'ailleurs plus l'échelle sera petite, plus la distance du point à déterminer au point de station obtenu dans son voisinage pourra être grande. Il est telles échelles qui, loin d'exiger que la planchette passe par la verticale du point à déterminer, permettent au contraire de s'en écarter de plusieurs mètres.

VIIe §. *Les points dont les positions sont données pour repères étant inaccessibles, ainsi que leur plan vertical, déterminer la position d'un point quelconque.*

178. Si l'on ne peut approcher des points R, P, *fig.* 33, dont les positions r, p, sont données pour repères, ni du plan vertical que ces points déterminent, on choisira un point accessible Y, duquel on puisse découvrir les repères R, P, et le point indéterminé X, dans le cas où ce dernier est lui-même accessible. On pourra alors, ainsi qu'il est représenté dans la figure, et par la méthode expliquée au IIe § de ce chapitre, déterminer les positions r', p', des points R, P, relativement aux positions x', y', des points

X, Y, prises à volonté sur une feuille de papier autre que celle du levé. Cela fait, il ne reste plus pour avoir la position x de X sur le levé représenté *fig.* 34, qu'à construire sur rp, un triangle rpx, semblable au triangle $r'p'x'$, et x sera évidemment la position cherchée.

179. Si le point à déterminer était inaccessible, il faudrait choisir deux points accessibles desquels on pût découvrir à la fois ce point et les deux repères, afin d'arrêter comme précédemment leurs positions relatives sur une feuille de papier accessoire. Cela fait, on construirait, comme on l'a pratiqué sur les positions données du levé, un triangle semblable à celui formé par les positions relatives du point indéterminé et des deux repères, ce qui conduirait à la position du premier de ces points.

180. On peut surabondamment placer sur le levé les positions des points auxiliaires, tels que Y, par des constructions semblables à celle exécutée pour placer la position x du point X.

Nous terminons ici l'examen des combinaisons de données que nous avons jugé devoir fournir la solution des divers problèmes que peuvent présenter les levés purement à la planchette, pour passer à celui des combinaisons relatives aux levés à la planchette et à la chaîne.

CHAPITRE VI.

DES LEVÉS A LA PLANCHETTE ET A LA CHAÎNE.

Ier §. *Généralités sur les levés à la planchette et à la chaîne.*

181. Dans toutes les questions que nous nous sommes proposées au sujet des levés purement à la planchette, il nous a fallu de rigueur les positions, sur la carte, des deux points choisis pour repères, afin de pouvoir y arrêter celle d'un troisième point assigné. Mais quand on connaît l'échelle du levé, on peut, si on en veut faire usage, combiner la *chaîne* avec la planchette et l'alidade, et il n'est plus indispensable alors d'avoir les deux positions des deux points pris pour repères. En effet les *levés à la planchette et à la chaîne* résultent :

1° De l'emploi de l'angle au premier point de repère, et de sa distance au point indéterminé : il suffit donc que cette distance soit mesurable, et que l'on puisse stationner au repère mentionné. C'est ce qu'indique la *fig.* 5, où l'on a employé les mêmes conventions que dans les *fig.* 3 et 4. Il est donc inutile que la position du second point de repère soit connue sur le levé, et il suffira d'y avoir la position de la trace du plan vertical que les repères déterminent. Il est clair que la forme des triangles fournis par les repères et les points indéterminés n'est,

dans le cas actuel, soumise à aucune condition : elle est tout-à-fait arbitraire.

2° On peut combiner encore, comme l'indique la *fig.* 6, l'angle au point indéterminé avec sa distance au premier point de repère. Dans ce cas, il faudra pouvoir stationner au point indéterminé, dont la distance au premier repère devra être mesurable, et les positions des deux points de repère devront être données sur le levé. Abstraction faite d'autres conditions que nous énoncerons à leur place, on voit que l'emploi de la combinaison actuelle exige que l'angle au point indéterminé ne s'écarte pas d'un droit, de plus de $\frac{1}{3}$ 100 grades.

3° On peut employer enfin l'angle au premier des deux points de repère, et la distance du second au point indéterminé. Il faut alors pouvoir stationner au premier repère, et le second doit être accessible ainsi que sa direction au point indéterminé. La combinaison actuelle d'élémens de triangle doit être toujours rejetée, à moins qu'il soit impossible d'en choisir toute autre; car, si l'angle au premier repère n'est pas obtus, deux points de la carte pourront également être considérés comme la position cherchée, ainsi que le fait voir la *fig.* 7.

182. Dans les levés qui nous occupent, on effectue le mesurage des distances avec une *chaîne* lorsqu'on veut avoir beaucoup d'exactitude; autrement pour les détails, et surtout quand le temps doit être économisé, on se sert du pas, que chacun est libre de régler comme il l'entend, et que la plupart des officiers au corps royal des ingénieurs géogra-

phes font égal à $0^m,80$. Cette valeur du pas est très-commode; car, à l'aide de la multiplication si simple du nombre de pas trouvés dans une distance, par $\frac{8}{10}$, on obtient de suite le nombre de mètres qui en est la mesure; de sorte que la même échelle qui sert à rapporter les distances mesurées avec une chaîne métrique, sert également pour rapporter les distances mesurées au pas. Il faut être avare de chaînages, et n'en effectuer que le nombre indispensable; car, outre que ces opérations exigent beaucoup de temps, elles ne peuvent être généralement confiées qu'à des manœuvres qu'il faut suivre pas à pas, afin de n'être point induit à erreur.

183. Toujours dans le but de gagner du temps, plusieurs se sont occupés de la recherche de moyens expéditifs pour mesurer les distances; c'est ainsi qu'on a inventé les divers *odomètres* et *pédomètres*, dont la pratique n'a pas justifié l'emploi. M. Lostande, capitaine au corps royal d'état-major, et M. le chef d'escadron Maissiat, ont proposé, le premier sous le nom de *stadia*, et le second sous celui de *chorismomètre*, deux instrumens inverses en quelque sorte l'un de l'autre, pour mesurer la distance à laquelle est posée une mire d'une longueur déterminée. Dans la stadia la mire est divisée en parties égales, et on conclut son éloignement du nombre des divisions de son image dans une lunette, comprises entre deux fils fixes d'un réticule. Dans le chorismomètre, au contraire, un verre placé vers le foyer d'une lunette porte des divisions convenables, et c'est du nombre de ces divisions

embrassées par l'image entière de la mire, que l'on déduit l'éloignement de celle-ci. Quelque ingénieuses que soient ces inventions, nous croyons fermement qu'elles ne fourniront jamais les moyens de lever le détail avec plus de promptitude que le font les procédés de mesurage ordinairement employés. Mais s'il n'est question que de relever des points principaux destinés à recevoir les derniers détails d'une carte, nous pensons que l'usage de tels instrumens ne peut être qu'avantageux. Nous parlerons d'ailleurs plus au long, dans notre *Traité de nivellement*, tant de la stadia que du chorismomètre dont nous venons de faire entrevoir la construction; parce que nous trouvons que leur emploi peut être surtout utilisé, dans les opérations qui sont du ressort de cette partie intéressante de la topographie.

IIe §. *On ne connaît sur la carte que la position du premier point de repère où l'on peut stationner, et la trace du plan vertical que les repères déterminent, trouver la position d'un point accessible.*

184. Pouvant stationner au repère *R*, *fig.* 36, dont la position est donné en *r* sur le levé, on s'y mettra en station à l'aide de la position de ce point, et de la trace connue *rp'*, du plan vertical passant par les deux repères *R*, *P*. On rayonnera ensuite le point indéterminé *X* suivant la ligne indéfinie *rx*, qui devra ainsi contenir sa position cherchée. Pour l'obtenir

il ne reste plus qu'à mesurer la distance RX, et à en prendre la valeur à l'échelle du levé, afin de la transporter de r en x sur la ligne rx que nous venons de conduire. Le point x ainsi déterminé est en effet la position de X, puisqu'en concevant sur rp' la position du repère R, le triangle qu'elle formera avec les points r et x, sera semblable au triangle PRX de la carte topographique naturelle, comme ayant un angle égal compris entre deux côtés proportionnels.

Les opérations que nous venons d'exécuter font partie de la *méthode de cheminement*, par laquelle on ne passe des points connus aux points indéterminés, qu'à l'aide du mesurage médiat ou immédiat du chemin qui les sépare les uns des autres.

IIIe §. *On ne connaît sur la carte que la position du premier repère qui est inaccessible, et la trace du plan vertical déterminé par les deux repères, dans lequel on peut stationner en un lieu inconnu sur la carte, trouver la position d'un point accessible.*

185. Soit R, *fig.* 35, le point de repère inaccessible, dont on connait la position r sur le levé; soit A un point du lieu où le plan vertical déterminé par les deux points de repère est accessible : rp' étant la position de la trace de ce plan sur le levé, on pourra s'en servir pour orienter en A la planchette. Cela fait, on reconnaîtra le point a' de la droite rp' qui se trouvera alors dans la verticale de

A, et on rayonnera ensuite le point X à déterminer, suivant la direction $a'x'$. Cette ligne $a'x'$ ne contiendra généralement pas la position de X; mais comme elle est parallèle à la vraie position qu'aurait la trace du plan vertical AX sur le levé, on pourra s'en servir pour orienter la planchette au point X, comme il est représenté dans la figure.

Avant de procéder à cette orientation mesurons la distance AX, et prenons-en la valeur à l'échelle, pour la transporter de a' en x' sur la ligne $a'x'$ obtenue. Cela fait, tout en orientant la planchette au point X, plaçons x' dans la verticale de ce point, et rayonnons ensuite le repère R suivant la direction $x'r'$, qui ne passera pas généralement au point r. Si par ce point on dirige alors une droite indéfinie rx parallèle à $x'r'$, et si par le point x' on conduit une autre parallèle $x'x$ à rp', l'intersection x de ces parallèles sera la position cherchée de X. En effet, concevons d'abord par le point x une parallèle xa, à la ligne $x'a'$, nous formerons ainsi sur le levé un triangle arx équiangle, et par conséquent semblable au triangle ARX de la carte topographique naturelle, puisqu'on a par construction l'angle $rax = ra'x'$ égale RAX, et l'angle $axr = a'x'r'$ égale AXR; mais comme de plus, par construction, le côté $ax = a'x'$ égale la longueur de AX à l'échelle, il s'ensuit que le triangle arx est encore au triangle ARX dans le rapport indiqué par l'échelle, donc x est la position de X.

Il est manifeste que, pour que la position cherchée x soit fournie d'une manière distincte, les angles

ARX et *AXR* ne doivent pas s'écarter de l'angle droit de plus de $\frac{1}{3}$ 100 grades.

186. Si l'on conduit réellement la ligne *xa*, que nous avons conçue parallèle à *a'x'*, le point *a*, où cette droite coupera la ligne *rp'*, sera évidemment la position du point *A* où le plan vertical des repères est accessible, point dont on peut ainsi surabondamment obtenir la position.

IVe §. *On donne les positions de deux points de repère, pouvant stationner au premier, et le second étant inaccessible, on demande la position d'un point également inaccessible.*

187. Soit *R*, *fig.* 37, le point de repère où l'on peut stationner, et *P* celui qui est inaccessible; *r* et *p* étant les positions respectives de ces points, on a tout ce qu'il faut pour se mettre en station au repère *R*. Cela fait, on cherchera dans la direction *RY*, du repère *P* et du point *Y* à déterminer inaccessible, et comme il a été enseigné au n° 148, un point *X* abordable, et tel que l'on puisse mesurer sa distance *XR* au repère où l'on est stationné. Alors on rayonnera les deux points *Y*, *X*, suivant les directions *ry*, *rx*; et si l'on porte de *r* en *x* la longueur de *RX* prise à l'échelle, le point *x* sera, ainsi qu'on l'a vu IIe §, la position de *X*. Il résulte de là que la ligne *px*, doit contenir quelque part la position de *Y*, laquelle devant se trouver encore sur la ligne *ry*, sera le point *y* intersection de cette ligne avec la droite *px*.

Le triangle *yrp* reposant sur les positions *r*, *p*, des points de repère, est effectivement équiangle avec le triangle *YRP* de la carte topographique naturelle, par suite des constructions exécutées.

V^e §. *On ne peut stationner à aucun des deux points dont les positions sont données pour repères; mais l'un d'eux étant accessible, on propose de déterminer la position d'un point où l'on peut stationner.*

188. Soient *r*, *p*, *fig.* 38, les positions des deux points *R*, *P* pris pour repères, et dont le premier *R* est seulement accessible, transportons-nous au point *X* à déterminer pour y orienter à vue d'œil la planchette, tout en mettant le point *r* dans le plan vertical *XR*. Cela étant, cherchons le point x'' où le levé est pénétré par la verticale de *X*, ce point sera tel qu'en plaçant la ligne de foi de l'alidade sur $x''r$, le plan de collimation aboutira au repère *R*. Après avoir reconnu cette circonstance, on rayonnera l'autre repère *P* suivant la ligne $x''p'$, qui ne passera pas généralement au point *p*. On lui conduira donc par ce point une parallèle px', qui coupera rx'' en un point x', lequel déterminera avec les points *r*, *p*, une circonférence de cercle qu'il sera facile de tracer ainsi qu'on l'a fait dans la figure.

Mesurons maintenant la distance *XR*, prenons-en la valeur à l'échelle, et du point *r* comme centre décrivons avec sa longueur pour rayon, un arc de cercle coupant au point *x* la circonférence précé-

demment tracée; ce point x sera la position de X. En effet le triangle xrp que le point x forme avec les positions des repères, est semblable au triangle XRP de la carte topographique naturelle. Car par construction les deux côtés rx, rp, sont proportionnels aux côtés RX, RP; et l'angle rxp a même valeur que l'angle $rx'p$, lequel est égal à l'angle $rx''p'$ égal lui-même à l'angle RXP.

La précision des constructions précédentes exige que l'angle au point indéterminé, aussi bien que celui sous lequel les arcs de cercle décrits se coupent au point x, ne s'écartent pas d'un angle droit de plus de $\frac{1}{3}$ 100 grades.

VIe §. *On ne peut stationner à aucun des deux points dont les positions sont données pour repères, mais l'un d'eux est accessible.*

Art. I. *On propose de déterminer le point de station en un lieu assigné.*

189. Orientons à vue d'œil la planchette, au lieu où le point de station doit être déterminé, comme il est représenté par la *fig.* 39; et la ligne de foi de l'alidade passant successivement aux positions r, p, des deux points de repère R, P, rayonnons les suivant les directions respectives rr', pp', se coupant au point s'. Ce point s' étant projeté en S sur le terrain, y fournira ainsi le point de station cherché, et la position de ce point sur la planchette s'obtiendra par la construction suivante :

Décrivons la circonférence de cercle déterminée

par les trois points s', r, p; mesurons la distance SR, prenons-en la valeur à l'échelle, et puis, avec cette distance pour rayon et le point r pour centre, traçons un petit arc de cercle coupant la circonférence mentionnée au point s, qui sera la position du point de station. En effet, le triangle srp qu'elle forme avec les positions des points de repère R, P, est semblable au triangle SRP de la carte topographique naturelle. Car les côtés rs, rp, sont proportionnels aux côtés SR, RP; et l'angle rsp a même mesure que l'angle $rs'p$, lequel est égal à l'angle RSP.

Art. II. *Examen des cas où l'on peut regarder comme la position d'un point, celle du point de station obtenue dans le voisinage.*

190. Le problème que nous venons de résoudre a beaucoup d'analogie avec celui qui fait le sujet du § précédent, et des considérations entièrement semblables à celles exposées n° 170 conduiront à conclure ici, qu'un topographe exercé peut, en s'orientant à vue d'œil dans la verticale du point à déterminer, prendre pour la position de ce point celle du point de station relatif à la situation donnée à la planchette, lorsque le levé s'exécute à une des échelles adoptées par le Dépôt général de la guerre.

Il ne faudra donc pas négliger, quand les circonstances le permettront, de substituer la solution du problème actuel à celle de celui qui pré-

cède, puisque étant plus simple et beaucoup plus expéditive, elle procure une économie de temps sensible.

191. Nous croyons avoir prévu, dans le contenu de ce chapitre et du précédent, la généralité des cas qui peuvent se présenter tant dans les levés purement à la planchette que dans les levés à la planchette et à la chaîne. Cependant le chapitre qui suit sera consacré encore à l'explication de problèmes formant un complément nécessaire aux levés à la planchette; car, « pour être habile, ainsi que le dit Dupain de « Montesson, il faut connaître toutes les méthodes, « et il faut les avoir bien pratiquées pour s'en servir « au besoin. »

CHAPITRE VII.

COMPLÉMENT DES LEVÉS A LA PLANCHETTE.

Ier §. *Les positions de trois points étant données sur un levé, on propose d'y ajouter celle d'un quatrième point d'où on peut découvrir les trois premiers.*

Art. I. *Par l'intersection de deux circonférences de cercle.*

192. Supposons que les trois points g, m, d, *fig.* 40, soient, sur la minute, les positions de trois points du terrain que nous désignerons respectivement par G, M, D; et que le point S de ce terrain est celui dont on se propose d'ajouter la position sur le levé. Le moyen le plus direct de résoudre cette question est d'orienter d'abord à vue d'œil la planchette au point S, tout en mettant dans la verticale de ce point le point m du levé. Puis, la ligne de foi de l'alidade passant en m, on rayonnera successivement les points G, M, D, du terrain, afin d'obtenir leurs directions actuelles mg', mm', md'. Cela fait par les points g, d, on conduira deux lignes gs', ds'', respectivement parallèles aux directions trouvées mg', md'. Ces parallèles rencontreront généralement le prolongement de mm', en deux points s', s'', tels que si l'on conduit deux arcs de cercle par les points g, m, s', et d, m, s'', ces arcs de cercle donneront, par leur mutuelle rencontre s, la position cherchée du point S.

La raison de cette construction est facile à saisir; car le premier arc de cercle décrit doit contenir la position cherchée, puisqu'il est le lieu géométrique des sommets de tous les angles égaux à l'angle $g'mm'$, et dont les côtés passent à la fois aux points g, m. Par une raison toute semblable, le second arc de cercle doit également renfermer la position cherchée; donc cette position ne peut être que l'un des deux points m, s, où se rencontrent les arcs de cercle décrits; et comme elle ne doit pas se trouver en m, elle est nécessairement en s.

193. Les données les plus favorables à l'emploi de la construction que nous venons d'indiquer, sont évidemment celles pour lesquelles les angles observés $ms'g$, $ms''d$, ne s'écartant pas de l'angle droit d'une quantité plus grande que $\frac{1}{3}$ 100 grades, les arcs de cercle décrits se coupent en s, sous un angle renfermé entre les mêmes limites.

194. Pour vérifier l'exactitude de la position obtenue, il est évident qu'il suffira de faire passer un arc de cercle par les points g, d, et s''', intersection des deux lignes gs', ds''; car cet arc étant le lieu géométrique des sommets de tous les angles égaux à l'angle $g'md'$, et dont les côtés passent aux points g, d, doit contenir la position cherchée, et passer conséquemment par le point s trouvé.

Art. II. *Par l'intersection d'une droite et d'une circonférence de cercle.*

195. Avant de donner la solution actuelle du

problème proposé, nous allons faire une remarque pour la justifier, ainsi que les suivantes. Il est clair, d'après le contenu de l'article précédent, que le point s qu'on y a obtenu est le seul du levé qui, étant joint avec les points g, m, d, par des lignes droites, fournisse deux angles gsm, msd, accotés, respectivement égaux aux angles $g'mm'$, $m'md'$, et par conséquent aux angles GSM, MSD, de la carte topographique naturelle. D'où il suit que toute construction qui conduira à un point du levé jouissant de la propriété signalée sera, par cela même, une solution du problème qui nous occupe.

196. Pour résoudre ce problème par l'intersection d'une droite et d'une circonférence de cercle, disposons d'abord horizontalement la planchette au point S du terrain, et de manière que la ligne gd du levé, *fig.* 41, soit située dans le plan vertical des points S, D, et qu'en outre le point g se trouve dans la verticale de S. De ce point rayonnons suivant les directions gg', gm', les points G, M, du terrain, et conduisons ensuite par le point d une ligne dm', faisant avec dg un angle $m'dg$ égal à l'angle $m'gg'$ obtenu : cette ligne coupera la direction gm' en un point m', tel qu'en le joignant avec m par une droite $n'm$ indéfinie, l'intersection s de cette droite et de la circonférence de cercle passant aux trois points g, m', d, sera sur le levé la position cherchée du point S du terrain.

En effet, joignons s avec g et d, et remarquons que l'angle gsm' est égal à l'angle GSM de la carte topographique naturelle, puisqu'il a pour mesure

la moitié de l'arc *gm'*, qui est aussi la valeur de l'angle *g'gm'*. Par une raison entièrement semblable, l'angle *m'sd* égale l'angle *m'gd*, c'est-à-dire l'angle *MSD* de la carte topographique naturelle; donc le point *s* est, d'après la remarque faite au commencement de cet article, la position cherchée de *S*.

197. Les circonstances les plus favorables à l'emploi de la solution précédente ont lieu quand les lignes *gm'*, *dm'*, se coupent sous un angle *gm'd*, supplément de la somme des deux observés, ne s'écartant pas de l'angle droit d'une quantité plus grande que $\frac{1}{3}$ 100 grades, et qu'en outre la droite *m'm*, étant la plus longue possible, son intersection avec la circonférence *gm'ds* s'opère sous des angles ayant même limite que le précédent.

Art. III. *Par l'intersection de deux droites perpendiculaires l'une à l'autre.*

198. On peut obtenir par l'intersection de deux lignes se croisant à angles droits, la position cherchée du point *S*. Conduisons pour cela une ligne *mg'*, *fig.* 42, perpendiculaire à *gm*, et disposons la planchette horizontalement au point *S*, de manière que la verticale de ce point passe en *m*, et que *mg'* se trouve dans le plan vertical des points *S*, *G*. Rayonnons actuellement les points *M* et *D* suivant les directions respectives *mm'*, *md'*; menons *gx* perpendiculaire à *gm*; les lignes *dy*, *md''* perpendiculaires à *dm*, et construisons enfin l'angle *d''mm''* égal à l'angle *d'mm'* obtenu. Ces constructions opérées, *gx* coupera *mm'* en un

point x, et de même dy rencontrera $m''m$ en un point y; on joindra x, y, par une droite sur laquelle on abaissera du point m une perpendiculaire ms, dont le pied s sera la position cherchée du point S du terrain.

En effet, les quadrilatères $mgxs$, $mdys$, étant inscriptibles à cause des angles droits existant aux points g, s, d, il est clair qu'en joignant s avec g et d, les angles gsm, gxm, $g'mm'$, GSM sont égaux entre eux, et qu'il en est de même des angles msd, myd, $m''md''$, $m'md'$, et MSD. Donc, comme les deux angles gsm, msd ont même sommet et un côté commun, ce sommet s est la position cherchée de S.

199. Le cas le plus favorable à l'emploi de la solution actuelle aura lieu, quand chacun des deux angles observés ne s'écartera pas d'un angle droit de plus de $\frac{1}{3}$ 100 grades, et qu'en même temps la ligne xy sera la plus longue possible.

Art. IV. *Par l'intersection de deux droites se croisant sous des angles quelconques.*

200. La position cherchée du point S peut être enfin obtenue par l'intersection de deux droites se croisant sous des angles quelconques, et de la manière suivante. Disposons la planchette horizontalement en S, et de telle sorte que la verticale de ce point passe par le point g du levé, *fig.* 43, et qu'en outre la ligne gm de la minute soit située dans le plan vertical des points S, M. Cela fait, rayonnons les deux points G, D, suivant les directions gg', gd';

construisons ensuite au point m et sur les lignes gm, md, les angles gmg'', dmd'', égaux chacun à l'angle total $g'gd'$ observé, et encore en d, l'angle mdy égal à l'angle observé mgg'. Alors les lignes gd', mg'', et dy, md'', se rencontreront respectivement en x et en y; et si l'on joint x, d, et y, g, par deux lignes droites xd, yg, leur rencontre s sera la position cherchée de S, ainsi que nous allons le faire voir.

Par suite des constructions opérées, les triangles gmx, dmy, étant équiangles, sont semblables, et donnent la proportion $gm : mx = my : md$; donc, comme aussi par construction l'angle gmy égale l'angle xmd, les deux triangles gmy, xmd, ont un angle égal compris entre des côtés proportionnels, et sont semblables. De là résulte que les angles myg, mdx, et mgy, mxd, sont respectivement égaux entre eux, et que, si l'on joint les points s, m, par une ligne droite, les quadrilatères $mgxs$, $mdys$, sont inscriptibles. Donc les angles gsm, gxm, $g'gm$, GSM, sont égaux entre eux; et, comme il en est de même des angles msd, myd, mgd', MSD, il s'ensuit que le point s est, conformément à la remarque du n° 195, la position cherchée de S.

201. Le cas le plus favorable à l'emploi de la construction actuelle existe quand les angles observés $g'gm$, mgd', sont à peu près égaux entre eux et à $\frac{2}{3}$ 100 grades. Alors effectivement les points x, y, résultent de l'intersection de droites se coupant sous de pareils angles; et les lignes dx, gy, qui fournissent le point s, se croisent sous un angle

gsd, à peu près égal à un angle droit augmenté de $\frac{1}{5}$ 100 grades.

Art. V. *Méthodes par lesquelles on décalque la position du point.*

202. On peut arriver à la position cherchée du point *S*, sans exécuter aucune des constructions précédemment indiquées. Pour cela on fixe momentanément une feuille de papier pardessus celle sur laquelle on dessine la minute; puis on dispose en *S* la planchette horizontalement, et l'on cherche le point *s'* de la feuille de papier accessoire, se trouvant actuellement dans la verticale de *S*. Par ce point *s'* on rayonne les trois points *G*, *M*, *D*, du terrain suivant les directions *s'g'*, *s'm'*, *s'd'*; on enlève ensuite la feuille de papier, et, s'il n'est pas transparent, on dégage, en en découpant trois petites bandes, un des côtés des trois directions obtenues. Alors on fait glisser les deux lignes *s'g'*, *s'm'*, par exemple, sur les points *g*, *m*, du levé qui doivent leur correspondre, jusqu'à ce que la troisième ligne *s'd'* aille se placer sur le point *d* du levé auquel elle se rapporte. Dans cette situation de la feuille de papier, il est clair que, si l'on décalque légèrement le point *s'* en *s* sur la carte, celui-ci y exprimera la position de *S*. Cette manière très-expéditive de procéder est, comme on voit, une conséquence de ce qu'on a remarqué au n° 195.

203. M. Joly, ingénieur-géographe militaire, publia en 1785, dans l'article *Levés des plans* de

l'Encyclopédie méthodique, la description générale d'une alidade à trois branches, de son invention (1), propre à remplacer, dans la méthode que nous venons d'expliquer, l'emploi de la feuille de papier accessoire. Que l'on se représente trois alidades à pinnules, dont les règles soient réunies, vers une de leurs extrémités, par un boulon à l'axe duquel viennent concourir les trois lignes de foi. Il est clair que le crin d'une pinnule unique, pivotant autour de ce boulon, passera par les trois lignes de foi, de sorte que cette pinnule pourra être successivement mise en correspondance avec chacune des trois autres pinnules des extrémités opposées. Et, comme l'axe du boulon est évidé pour donner passage à une aiguille, il est possible de décalquer sur le papier, au dessus duquel l'alidade sera reposée, le point de concours des trois lignes de foi.

Cela bien conçu, voici comment on se sert de l'alidade de M. Joly. Ayant disposé une planchette horizontalement au dessus du point à déterminer, on cherche l'endroit où elle est pénétrée par la verticale de ce point, afin d'y placer le pied de l'axe du boulon de l'alidade; après quoi on dirige chacune de ses trois branches sur un des trois points du terrain. Dans cette position, les lignes de foi de

(1) On a tout lieu d'être étonné que M. Marès, officier du génie, se soit donné pour l'inventeur de l'alidade à trois branches qu'il a décrite dans son ouvrage intitulé : *Quelques Idées sur l'art et les devoirs de l'ingénieur*, etc., publié en 1797, douze ans après l'impression de l'article de M. Joly dans la partie mathématique de l'Encyclopédie.

l'alidade embrassent des angles égaux à ceux que nous avons relevés sur la feuille de papier accessoire. On pourra donc s'en servir comme on l'a fait des directions tracées sur ce papier, et l'on décalquera de même ici le sommet commun des angles mentionnés, à l'aide de l'aiguille que l'on introduira dans l'axe du boulon.

204. Il est évident que toutes les méthodes exposées dans ce paragraphe deviennent insuffisantes lorsqu'il arrive par hasard que le quatrième point à déterminer, se trouve sur la circonférence de cercle passant par les trois points qu'on y découvre : car alors les trois arcs de cercle, lieux géométriques des sommets des angles observés, se confondent avec cette circonférence, en sorte que l'on ne saurait découvrir quel endroit on en occupe. Tous ses points fourniraient en effet les mêmes données qu'on a obtenues, et à l'aide desquelles on a résolu diversement le problème. On reconnaîtra facilement l'existence du cas que nous venons de signaler, en ajoutant ensemble celui des angles *GMD*, compris entre les directions *MG*, *MD*, du point moyen *M* aux deux points extrêmes *G*, *D*, donnés, dans lequel on se trouve, avec la somme des angles observés entre ce point moyen et les deux extrêmes; car alors cette somme sera égale à deux angles droits. On n'aura donc jamais à craindre ce cas particulier, lorsque l'angle *GMD* sera égal à 200 grades, ou quand il présentera sa convexité à l'observateur.

IIe §. *Déterminer le point de station en un lieu d'où on aperçoit trois points dont les positions sont données sur le levé.*

Art. I. *Théorèmes préparatoires.*

205. Nous avons plusieurs fois obtenu le point de station sur un levé que nous avions préalablement orienté, en ne faisant usage que de deux points du terrain et de leurs positions données. Il s'agit ici de trouver dans la position connue d'un troisième point du terrain, de quoi suppléer aux moyens qui nous ont conduits alors à l'orientation du levé. Pour cela rappelons-nous d'abord, ainsi qu'il a été démontré n° 156, que, lorsqu'un levé est orienté, les plans verticaux déterminés par les points du terrain et leurs positions respectives sur le levé, se coupent tous suivant une même verticale, qui est celle du point de station sur le terrain, comme sur la planchette; et démontrons ensuite l'inverse de cette proposition, que l'on peut énoncer de la manière suivante.

206. *Lorsque la situation d'un levé disposé horizontalement sur le terrain est telle, que les plans verticaux déterminés par trois points de ce terrain et leurs positions respectives, se coupent suivant une même verticale, le levé est orienté, à moins que l'intersection des plans mentionnés n'atteigne la circonférence de cercle déterminée par les trois points du terrain, cas auquel le levé peut n'être pas orienté.*

Supposons en effet que les trois points a, b, c, du levé, *fig.* 27, soient les positions respectives des trois points A, B, C, du terrain, et que les plans verticaux des points A, a; B, b; et C, c; se coupent suivant la verticale Ss du point S du terrain. Cela étant, le levé doit être en général orienté, c'est-à-dire que les lignes ac, bc, doivent être respectivement parallèles aux lignes AC, BC, de la carte topographique naturelle.

Si cela n'était pas, on pourrait conduire ca' et cb' parallèles à AC et BC, et alors on aurait la proportion $ca' : cb' = CA : CB$. Mais, puisque a, b, c, sont les positions des points A, B, C, on a $CA : CB = ca : cb$: proportions qui conduisent à celle-ci, $ca' : cb' = ca : cb$. Les deux triangles aca', bcb', doivent donc avoir deux côtés proportionnels; et, comme les angles $a'cb'$, acb, sont tous deux égaux à l'angle ACB, il s'ensuit que les côtés proportionnels mentionnés comprennent des angles égaux entre eux, et qu'ainsi les triangles aca', bcb', doivent être semblables. L'égalité des angles homologues de ces triangles fournit, angle $cb'b$ = angle $ca'a$; et par suite, angle $sa'c$ = 200 grad. — $ca'a$ = 200 grad. — $cb'b$. Or la somme des angles du quadrilatère $sa'cb'$ doit égaler quatre angles droits : on a donc $(a'sc + csb') + sa'c + a'cb' + cb's$ = 400 grades, ou bien $(ASC + CSB) +$ (200 grad. — $cb'b$) $+ ACB + cb's$ = 400 grades, ou en faisant les réductions possibles, $ASC + CSB + ACB$ = 200 grades.

Telle est la condition à laquelle conduit l'hypothèse que ab et bc ne sont point parallèles à AB et

BC. Lors donc seulement que cette condition sera satisfaite d'elle-même, l'hypothèse énoncée pourra avoir lieu; et, comme la condition trouvée signifie que le quadrilatère *SABC* doit être inscriptible, il s'ensuit que, toutes les fois que le point de station devra se trouver sur la circonférence de cercle déterminée par les trois points du terrain dont les positions sont données, il pourra se faire que le levé ne soit pas orienté, quoique les plans verticaux passant par ces points et leurs positions correspondantes, se coupent suivant une même verticale : pour toute autre situation du point de station, le levé sera orienté.

207. La *fig*. 44 est destinée à rendre sensible la démonstration précédente. g, m, d, représentent les lieux des positions des points G, M, D, du terrain, le levé étant orienté de manière que le point de station S se trouve sur la circonférence de cercle $SGMDS'$. de même g', m', d', représentent les lieux des positions des points mentionnés, le levé étant orienté de telle sorte que le nouveau point de station S'' se trouve aussi sur la circonférence de cercle $SGMDS'$. Cela étant, les angles GSM, DSM, sont respectivement égaux aux angles $GS'M$, $DS'M$. On pourra donc prendre les longueurs sg'', sm'', sd'' égales chacune à chacune aux longueurs $s'g'$, $s'm'$, $s'd'$, et le triangle $g''m''d''$ ainsi formé, sera égal au triangle $g'm'd'$, et par conséquent égal au triangle gmd. On pourra donc considérer $g''m''d''$, comme étant une situation particulière des points g, m, d, au lieu S où le levé était d'abord orienté ; et il est clair que,

quoique les plans verticaux G, g''; M, m''; D, d''; se coupent suivant la même verticale du point S, appartenant à la circonférence de cercle $SGMDS'$, le triangle $g''m''d''$ n'est pas pour cela orienté, puisqu'il faudrait qu'il se confondît avec le triangle gmd, ce qui est impossible, à cause de l'inégalité existant entre les droites sg, sm, sd, et leurs correspondantes $s'g'$, $s'm'$, $s'd'$.

Art. II. *Solution du problème par la courbe des erreurs, dite* courbe de recherche.

208. On sait que tout problème graphique peut être résolu par des courbes des erreurs particulières; celle qui donne la solution du problème proposé a été nommée *courbe de recherche.* Afin de pouvoir clairement représenter la construction de cette courbe par une seule figure, nous avons été forcés d'user d'un artifice que nous allons expliquer. G, M, D, *fig.* 45, sont trois points du terrain, et g, m, d, leurs positions sur le levé tendu sur une planchette, dont l'axe du pivot est représenté par la verticale de P. Il est clair qu'en faisant tourner la planchette d'une quantité angulaire quelconque autour de son pivot, les points g, m, d, et G, M, D, prendront une nouvelle situation relative différente de la première, et qui sera la même que celle à laquelle on parviendra, en supposant que la planchette soit restée fixe, pendant que le terrain a tourné autour de la verticale du pivot P, d'une quantité angulaire opposée et égale à la précédente.

209. Cela posé, pour obtenir le point de station en un lieu assigné, il faudra s'y aller orienter à vue d'œil, comme le représente la *fig.* 45, où g, m, d, et G', M', D', indiquent la première situation relative des points du levé, et de ceux du terrain qu'ils représentent. La ligne de foi de l'alidade passant successivement aux points g, m, d, on rayonnera tour à tour les points correspondans G', M', D', du terrain, ce qui fournira sur la planchette trois lignes $g1'1''$, $m11'$, $d1''1$, qui, par leurs rencontres mutuelles, donneront généralement naissance à un triangle $11'1''$, vulgairement appelé *chapeau;* car ce n'est que dans le cas où le levé serait réellement orienté, que les lignes mentionnées concourraient en un point unique, auquel se réduirait alors le triangle obtenu.

Afin d'arriver à ce point, donnons un petit mouvement de rotation à la tablette de la planchette, autour de son pivot P, et à l'aide de sa vis de rappel. La situation respective des points g, m, d, et G', M', D', changera; et d'après la remarque que nous avons faite tout d'abord, elle pourra être représentée par celle des mêmes points g, m, d, et des points G'', M'', D'', que l'on obtiendra en prenant sur les arcs de cercle $G'G$, $M'M$, $D'D$, ayant pour centre commun le pied de la verticale P, axe du pivot de la planchette, des portions d'arcs $G'G''$, $M'M''$, $D'D''$, d'une amplitude égale à celle du mouvement de rotation imprimé à la planchette, et dirigées dans le sens opposé à ce mouvement. La seconde situation de la minute relativement au terrain étant ainsi repré-

sentée, on dirigera l'alidade vers les points G'', M'', D'', du terrain, sa ligne de foi passant respectivement aux points g, m, d, et l'on obtiendra ainsi trois lignes $g2'2''$, $m22'$, $d2''2$, qui par leur rencontre fourniront un second triangle $22'2''$ plus petit que le précédent; de sorte que ses trois sommets seront plus voisins de la position du point de station que ceux du triangle $11'1''$.

En continuant d'agir de la même manière, on obtiendra un troisième triangle $33'3''$ plus petit encore que le second, et ainsi de suite; de sorte qu'il est concevable qu'après un plus ou moins grand nombre de tâtonnemens, on parvient à une situation relative de la minute et du terrain, représentée par les points g, m, d, et G, M, D, telle que les lignes gs, ms, ds, fournies par les trois positions de l'alidade, concourent en un point unique s, qui est ainsi la position du point de station au lieu où l'on opère.

210. Afin de diminuer le nombre de tâtonnemens à exécuter, on joint par des courbes 123, $1'2'3'$, $1''2''3''$, les sommets correspondans des trois triangles successifs, et on prolonge ces lignes conformément à l'esprit de leur courbure, jusqu'à leur point de concours estimé s, qui doit être celui de station. Pour le vérifier, on y fait passer la ligne de foi de l'alidade, ainsi qu'au point m, par exemple, pendant qu'on dirige le plan de collimation de cet instrument sur le point correspondant M, à l'aide du mouvement horizontal de la planchette; puis on trace les directions fournies par les rayonnemens successifs des points G, D, la ligne de foi de l'alidade passant res-

pectivement aux positions *g*, *d*, de ces points. Si ces directions aboutissent en *s*, ce sera une preuve que ce point est réellement la position de celui de station.

Si cette circonstance n'avait pas lieu, on obtiendrait un tout petit triangle, que l'on combinerait avec les trois précédens, pour rectifier le dessin des *courbes de recherche* tracées, de manière à estimer plus exactement leur point de concours; on vérifierait ensuite la position de ce point comme nouveau point de station, ainsi qu'on l'a vu tout à l'heure; et l'on conçoit ainsi la possibilité d'obtenir la position du point de station avec toute l'exactitude désirable.

211. Un moyen d'estimer assez bien, du premier coup, le point de concours des courbes de recherche, consiste à combiner les trois triangles successifs 11′1″, 22′2″, 33′3″, avec un triangle 44′4″ obtenu comme les précédens; mais, ainsi que le représente la figure, après que la situation respective du terrain et du levé, représentée par *g*, *m*, *d*, et *G*″″, *M*″″, *D*″″, a dépassé celle pour laquelle le levé est orienté, représentée par *g*, *m*, *d*, et *G*, *M*, *D*. Ce triangle 44′4″ est situé dans un sens opposé à celui des trois précédens; et, comme ses sommets fournissent trois points des courbes de recherche au delà du point où elles doivent concourir, il est évident qu'on pourra obtenir ce point avec plus d'exactitude : car, outre que la marche des courbes sera mieux exprimée par quatre points que par les trois précédemment employés, le concours des courbes doit se trouver sur

leurs portions ainsi déterminées, et non sur leurs prolongemens.

212. Nous avons supposé que le triangle 22'2", obtenu lors de la seconde situation donnée à la planchette, est plus petit que celui 11'1" fourni par la première situation de cet instrument. Cette supposition ne peut souffrir aucune difficulté; car, si le second triangle était plus grand que le premier, ce serait une preuve que l'on n'aurait pas mû la planchette dans le sens convenable, et il suffirait, pour obtenir des triangles successivement plus petits, de faire tourner la planchette autour de son pivot, dans le sens opposé à celui du premier mouvement qu'on lui aurait imprimé.

Art. III. *Autres manières de résoudre le même problème.*

213. Un peu de réflexion suffira pour montrer que l'on peut appliquer à la recherche du point de station en un lieu, les méthodes expliquées aux divers articles du précédent paragraphe, pour obtenir la position d'un point assigné d'où on découvre trois autres points dont les positions sont connues. Il n'y aura de différence que dans la manière de commencer les opérations décrites, qui toutes se bornent à employer diversement les angles observés au point que l'on occupe, entre le point moyen et les deux extrêmes. La planchette étant disposée horizontalement au lieu où le point de station doit être déterminé, on obtiendra les deux angles mentionnés en ayant égard aux attentions prescrites, sauf celle qui consiste à mettre un point de la minute dans la ver-

ticale de celui à déterminer, ou à se servir du point du levé qui se trouve dans cette verticale; ce qui ne peut être fait dans le cas actuel, puisqu'il n'y a aucun point assigné dont il faille exclusivement déterminer la position.

Les angles entre le point moyen et les points extrêmes étant donc obtenus autour d'un point quelconque de la planchette, on projetera ce point par une verticale, dont le pied sur le terrain sera le point de station. La position de ce point sur le levé résultera du tracé de celle des constructions décrites que l'on voudra suivre, ou de la manœuvre expliquée pour l'obtenir par un décalque, manœuvre dont l'emploi présente quelque avantage.

Art. IV. *Examen des cas où l'on peut regarder comme la position d'un point assigné du terrain, celle du point de station obtenue dans le voisinage.*

214. Il serait superflu de reproduire ici les observations faites dans des circonstances semblables à celles de cet article, aux n°s 170, 171, 177 et 190, dont le contenu s'applique entièrement au cas actuel, tout comme les conclusions qu'on y a prises.

215. Les méthodes expliquées dans ce paragraphe deviennent insuffisantes, comme celles qui font le sujet du paragraphe précédent, lorsque le point de station doit se trouver sur la circonférence de cercle déterminée par les trois points dont les positions sont données. La raison de cela est une suite manifeste du contenu des n°s 206 et 207.

CHAPITRE VIII.

MANIÈRE DE PROCÉDER A L'EXÉCUTION D'UN LEVÉ A LA PLANCHETTE.

Ier §. *Comment on doit agir pour obtenir le détail des terrains tant en pays* couvert *qu'en pays* découvert.

216. Nous avons assez clairement établi que tout se réduit, pour lever le détail de la carte d'un terrain quelconque, à déterminer les positions respectives d'un nombre suffisant de ses points, ou le canevas géométrique de cette carte. Et comme, dans les chapitres précédens, nous avons appris à déterminer la position d'un point du terrain d'après celles d'autres points donnés pour repères, il est clair que nous sommes assez avancés pour lever à la planchette le plan d'un terrain quelconque. Il ne nous reste en effet qu'à donner quelques notions sur la manière de procéder à l'exécution de ce levé.

Le plus ou moins d'habileté dans la pratique de l'art de figurer le détail d'une carte, consiste à savoir distinguer ceux des points du terrain qui, pris pour premiers repères, peuvent conduire par les procédés les plus expéditifs à la détermination du plus grand nombre possible d'autres points de ce terrain; à savoir, quand il s'agit de déterminer un point quelconque, choisir pour repères, parmi les points

visibles arrêtés sur la minute; ceux qui peuvent fournir la position cherchée avec le plus d'exactitude et de célérité.

Que le polygone à détailler soit dessiné sur le terrain par une communication quelconque, par les rives d'un cours d'eau, par la lisière d'un bois ou de toute autre culture, par un mur, une clôture, un front de fortification, etc., peu importe, la méthode à employer pour en obtenir la position sur la minute est toujours la même, dans les mêmes circonstances et les mêmes localités. Aussi ne dirons-nous rien de particulier à ce sujet.

217. Eu égard aux difficultés qu'un terrain peut offrir au topographe qui veut en construire la description graphique, et au choix des constructions à employer pour cet objet, les terrains peuvent être divisés en deux espèces, savoir, *pays découvert* et *pays couvert*.

Un pays est *découvert* lorsque la vue n'est pas bornée par les objets voisins du lieu que l'on y occupe, et qu'elle a au contraire la liberté de s'étendre plus ou moins loin. Pour une telle localité, on peut employer, suivant les circonstances, soit la méthode d'intersection, soit celle de recoupement. Si par exemple, étant arrivé à la position *r*, *fig.* 46, du point *R* du terrain, on découvre de ce point ceux *A*, *B*, *C*, *D*, *P*, etc., dessinant un polygone quelconque, on pourra, après s'être mis en station en *R*, les rayonner suivant leurs directions respectives *ra*, *rb*, *rc*, *rd*, *rp*, etc, qui doivent ainsi contenir leurs positions. Ayant mesuré ensuite *RP*, et pris sa

longueur à l'échelle, on la rapportera de r en p, ce qui fournira la position p du point P du terrain, où l'on pourra se mettre ainsi en station. Cela fait, on rayonnera les mêmes points A, B, C, D, etc., suivant les directions actuelles pa, pb, pc, pd, etc., dont les intersections a, b, c, d, etc., avec les directions déjà obtenues, seront sur le levé les positions des sommets A, B, C, D, etc., du polygone $ABCD$, etc., du terrain. La figure $abcd$, etc., sera donc sur la minute le plan du polygone mentionné.

218. On peut regarder les points R, P, comme faisant partie des sommets A, B, C, etc., du polygone considéré; et l'on conclura de suite, de ce qui vient d'être dit, *qu'il est possible de lever, par la méthode d'intersection, le plan d'un polygone de forme convenable, dont on ne peut mesurer qu'un côté, aux deux extrémités duquel il est seulement permis de stationner.*

219. Supposons maintenant qu'étant arrivé à la position r du point R du terrain, *fig.* 47, on y découvre le point P, visible des sommets A, B, C, D, etc., du polygone $ABCD$, etc. On pourra d'abord se mettre en station en R, pour obtenir les directions respectives ra, rp, des points A, P, et mesurer ensuite la distance RP, afin d'en rapporter la valeur prise à l'échelle, de r en p, ce qui fournira la position p du point P du terrain. Cela fait, il est clair qu'étant orienté sur AR, à l'aide de la ligne ra tracée sur la minute, on pourra obtenir, par une des constructions de la méthode de recoupement et à l'aide de la position p du point P, visible du

point *A*, soit la position *a* de ce point, soit celle d'un point de station dans le voisinage; ce qui, dans l'un et l'autre cas, fournira le moyen de tracer sur la minute la position *ab* de la direction *AB*. De même, étant orienté sur *BC*, on obtiendra, toujours par la méthode de recoupement et à l'aide de la position *p* du point *P* visible de *B*, la position *ab* sur la minute de la direction *AB* du terrain. Si l'on continue d'agir de la même manière, on pourra donc obtenir le plan *rabcd*, etc., de toute la partie du polygone *RABCD*, etc., de laquelle on apercevra le point *P* sous un angle favorable.

220. On peut regarder encore ici le point *P* comme faisant partie des sommets *R*, *A*, *B*, *C*, *D*, etc., du polygone considéré; et l'on conclura de ce qui précède, *qu'il est possible de lever, par la méthode de recoupement, le plan d'un polygone de forme convenable, en n'en mesurant qu'un côté, lorsqu'on peut stationner à tous ses sommets, à l'exception de l'un de ceux situés aux extrémités du côté mesuré.*

221. Un pays est *couvert* quand les objets voisins du lieu que l'on y occupe bornent la vue, et ne lui permettent pas d'embrasser des objets éloignés. Un pays peut donc être couvert soit par suite de la forme particulière de sa surface, soit à cause de la végétation du sol, ou des travaux d'art dont les hommes ont pu le recouvrir. Il ne sera donc généralement possible d'employer en pays couvert, que la méthode de cheminement. Si par exemple, arrivé à la position *a* du point *A* du terrain, on ne découvre aucun objet éloigné dans toute la partie *ABCD*, etc., d'un

polygone, comme cela a lieu quand ce polygone est dessiné sur le terrain par un chemin ouvert dans les bois, par les rues percées dans une masse d'habitations, etc., le seul moyen d'obtenir le plan *abcde*, etc., du polygone considéré est d'employer la construction expliquée au n° 184. Ainsi, s'étant mis en station au point *A*, on relevera la position *ab* de la direction *AB*, dont on mesurera la longueur pour la rapporter à l'échelle de *a* en *b*. Cela fait, *b* sera la position de *B*, et l'on se trouvera dans des circonstances semblables à celles où l'on était au point *A*. On pourra donc obtenir les positions successives *c*, *d*, *e*, etc., des sommets restans du polygone *ABCDE*, etc., en agissant comme on l'a déjà fait.

222. On doit donc conclure ici *qu'il est possible de lever, par la méthode de cheminement, le plan d'un polygone quelconque dont tous les côtés, excepté deux contigus, sont mesurables, quand on peut stationner à tous les sommets de ce polygone, sauf celui formé par les deux côtés mentionnés*. Il suit évidemment de ce qui précède, qu'il sera plus long et plus pénible de faire la carte d'un pays couvert que celle d'un pays découvert.

223. Il est clair que, pour relever les positions des points du terrain, on doit au moins pouvoir les découvrir d'endroits convenables quand on ne peut se transporter sur le lieu auquel ils appartiennent. Dans tous les cas, il est préférable de parcourir, quand cela est possible, le terrain même dont on pourrait déterminer plusieurs points par la méthode d'intersection ; car il est rare que l'on ait de loin, la

faculté de déterminer les positions d'un nombre suffisant de points d'un pays découvert, pour en conclure la marche des courbes décrites par la succession de ses points remarquables. Au contraire, quand on se transporte sur les lieux pour en explorer le détail, on reconnaît les points les plus avantageux à déterminer, et on est bien plus à même de dessiner entre ces points arrêtés, les inflexions diverses des courbes qui sillonnent le terrain que l'on a parcouru, ainsi que les *amorces*, ou côtés adjacens des polygones qui viennent y aboutir.

IIe §. *De la situation la plus avantageuse des points de repère de départ, ou de la* première base.

224. Pour savoir quelle est la situation la plus avantageuse à donner, en pays découvert, aux points de repère de départ, ou à la *première base*, relativement à la forme particulière des limites du terrain à lever; et quel est encore l'éloignement le plus convenable de ces points, ou la longueur de la base mentionnée, eu égard à l'étendue de ce terrain, nous allons chercher d'abord quelles sont la forme et l'étendue des portions du terrain environnant deux points R, P, *fig.* 49, de repère, et dont les points remarquables puissent être déterminés par des lignes se coupant sous des angles ne s'écartant pas d'un angle droit de plus de $\frac{1}{5}$ 100 grades, ainsi que nous avons plusieurs fois observé que cela doit être.

Sur la base RP concevons le triangle équilatéral RPQ, et la circonférence de cercle circonscrite

RQPT. Si nous concevons encore la circonférence *RVPU*, symétrique de la précédente, par rapport à *RP*, il est clair que les lignes partant de *R* et *P*, et aboutissant à un quelconque des points des espaces *RQPV*, *RTPU*, comprendront des angles renfermés dans la limite mentionnée. On pourra donc, en employant la méthode d'intersection ou celle de recoupement, déterminer par de bonnes constructions reposant sur les points de repère de départ *R*, *P*, ceux faisant partie des espaces désignés

225. Si la limite du terrain à lever est rectangulaire, comme, en circonscrivant un rectangle *XX* aux deux espaces en question, sa largeur égale le diamètre des circonférences décrites, lequel est égal lui-même à la longueur *RP* de la base, multipliée par $2 : \sqrt{3}$, rapport du diamètre d'un cercle au côté du triangle équilatéral inscrit; il est clair que, dans le cas actuel, la situation la plus avantageuse de la base est sur la ligne qui divise transversalement la limite rectangulaire en deux portions égales, et que la longueur de cette base doit égaler les $\sqrt{3} : 2$ ou les 0,86602 de la largeur du rectangle, c'est-à-dire en être environ les 87 centièmes.

226. En prenant pour seconds repères deux points *R'*, *P'*, comprenant une base égale et perpendiculaire à *RP*, et se coupant mutuellement avec elle, en deux portions égales, au point *M*, on pourra concevoir sur *R'P'* deux circonférences pareilles à celles déjà décrites, et placées respectivement de la même manière. Il sera donc possible de bien déterminer, par ces seconds repères *R'*, *P'*, les points situés

dans les espaces $R'QP'V'$ et $R'T'P'U'$; de sorte que, si du point M on décrit une circonférence de cercle $UQ'QU'$, on pourra la regarder comme la limite d'un levé circulaire. Et, puisque le diamètre d'une telle circonférence égale les $\frac{3}{2}$ du diamètre de celles préalablement décrites, il en résulte que, dans un levé circulaire, la base de départ doit être située suivant un diamètre, s'étendre également des deux cotés du centre, et que la longueur de cette base doit égaler le diamètre du cercle limite, divisé par $\sqrt{3}$, ou en être environ les 58 centièmes.

227. Circonscrivons un carré YY aux quatre circonférences d'abord décrites; son côté égalera évidemment deux de leurs rayons, plus la distance des centres V, V', par exemple, ne se trouvant pas sur la même base, distance égale au diamètre des circonférences en question, multiplié par $1:2\sqrt{2}$. Le côté du carré égale donc ce diamètre, multiplié par $(1+1:2\sqrt{2})$; et, puisque nous avons dit que ce même diamètre égale la base multipliée par $2:\sqrt{3}$, il s'ensuit que le côté du carré est égal à la base multipliée par $(2:\sqrt{3})(1+1:2\sqrt{2})$, et que réciproquement la base égale le côté du carré divisé par la quantité précédente, c'est-à-dire par 1,56395. Donc, quand la limite du levé est un carré, la base de départ doit être située suivant une de ses diagonales, s'étendre également de part et d'autre de son centre, et avoir une longueur égale à environ les 64 centièmes du côté de ce carré.

228. Il est rare que l'on puisse, en pays couvert, trouver des localités qui permettent de suivre ponc-

tuellement les préceptes que nous venons d'établir; quelquefois même, en pays découvert, on rencontrera des obstacles qui s'y opposeront plus ou moins. Dans tous les cas, on fera ses efforts pour s'y conformer le plus possible, et ce ne sera qu'une localité tout-à-fait défavorable qui permettra de s'en écarter entièrement.

229. Quoiqu'il soit possible d'obtenir les positions d'un plus ou moins grand nombre de points du terrain sans employer des mesures de distances, on conçoit qu'il pourrait devenir fort gênant de s'astreindre à une pareille condition durant toute l'exécution d'un levé topographique. C'est pour cela que l'on mesure toujours la distance des deux repères de départ, ou, ce qui est la même chose, la longueur de la première base, afin de tracer sur le papier une ligne qui la représente à une échelle déterminée. Il est clair qu'en agissant ainsi, le canevas que l'on construira sur cette base, quoique levé sans faire usage de mesures d'autres distances, n'en sera pas moins obtenu à l'échelle mentionnée; en sorte qu'il sera toujours possible de lui adjoindre les constructions ultérieures dans lesquelles la forme du détail, ou les localités, exigeraient l'emploi de mesures linéaires.

Il faut donc que le lieu du terrain où doit passer la base soit entièrement libre, afin qu'on puisse le parcourir avec une chaîne de vingt mètres, destinée à la mesurer. On devra choisir ce lieu tel que sa surface soit la plus horizontale possible, et on tiendra compte du défaut d'horizontalité si cela est né-

cessaire, comme il sera enseigné dans notre *Traité de nivellement.*

IIIe §. *Des levés topographiques qui exigent l'emploi de plusieurs feuilles de papier.*

230. Il peut arriver, soit à cause de l'étendue du terrain à lever, soit par suite de la grandeur de l'échelle à laquelle le levé doit être construit, qu'une feuille de papier soit insuffisante pour le contenir; dans ce cas, il existe plusieurs moyens de diviser en feuilles séparées le levé à construire. Si le terrain à décrire contient un grand nombre de fois celui qui peut être représenté sur une seule feuille de papier, on est alors dans la nécessité indispensable de faire, avant le levé du détail, des observations et des calculs qui seront développés dans notre *Traité des opérations trigonométriques*, où nous donnerons le moyen d'obtenir le canevas trigonométrique des grandes cartes topographiques. Mais, si l'étendue de terrain, pouvant être représentée sur une feuille isolée, n'est contenue que peu de fois dans la surface totale du terrain à détailler, on peut se dispenser d'avoir recours aux opérations trigonométriques en employant une des méthodes suivantes.

231. On prendra une grande feuille de papier, dont les dimensions, comparées à celles du terrain à lever, indiqueront l'échelle à laquelle on devra en construire un canevas qui puisse y être entièrement contenu. L'échelle trouvée, et la base du levé mesurée, on la tracera à l'échelle, suivant *rp*, *fig.* 50,

sur cette feuille de papier, de laquelle on se servira pour obtenir, en partant des extrémités *R*, *P*, de la base, comme premiers points de repère, les positions *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, etc., d'un nombre suffisant de points remarquables du terrain à lever.

Ces positions arrêtées, on tracera sur la même feuille de papier, les lignes des cadres des feuilles qui doivent composer le levé, lignes qui, pouvant avoir des directions quelconques, sont ordinairement dirigées vers les quatre points cardinaux : tels sont les cadres *nmm'n'*, *mss'm'*, *nmm''n''*, *mss''m''*, des quatre feuilles dont le levé doit être par exemple composé. Cela fait, on voit évidemment quels sont les points du terrain, déterminés, dont les positions doivent se trouver dans chaque feuille, ainsi que la situation de ces points relativement à leurs cadres.

On rapportera donc sur chaque feuille du levé et à l'échelle à laquelle il doit être construit, d'abord le cadre tel que *nmm'n'*, *fig.* 51, et puis les positions *r*, *e*, *i*, des points déterminés qu'elle doit contenir, ainsi que les directions *rg'*, *rb'*, *ra'*, *rp'*, *rc'*, *rd'*, *ep''*, de ces points à ceux du terrain se trouvant dans les autres feuilles. Chaque feuille du levé étant ainsi préparée, il est évident qu'on pourra figurer le détail de la carte sans craindre de laisser de lacune entre les feuilles contiguës, ou de lever deux fois la même chose. Si l'on rattache bien en effet le détail de chaque feuille aux points tels que *r*, *e*, *i*, qu'on y a placés d'abord, il est clair que ce détail doit se raccorder parfaitement en rapprochant les côtés communs aux cadres de deux feuilles voisines.

232. On peut encore procéder à la division d'un levé en feuilles séparées, d'une manière différente de celle que nous venons d'expliquer. Supposons en effet qu'ayant mesuré une base *RP*, *fig.* 52, relative au terrain que doit renfermer la première feuille, on procède au levé du détail jusqu'aux lignes *AB*, *BC*, *CD*, *DA*, passant par quatre points remarquables *A*, *B*, *C*, *D*, du terrain, dessinant un quadrilatère différant le moins possible de la forme du cadre à donner aux feuilles, et rattachés à la base *RP* par des triangles disposés convenablement, tels que ceux qu'offre la figure, par exemple.

Ayant choisi ensuite deux nouveaux points *F*, *E*, comprenant de même avec *B*, *C*, un quadrilatère adjacent et de forme convenable, on mesurera une seconde base qui servira à lever le détail de ce quadrilatère *BCEF*, ou de la seconde feuille; et en continuant ainsi, il est évident que l'on parviendra à obtenir, sans double emploi ni lacune, un levé topographique d'une étendue quelconque.

233. Si cette manière de procéder n'a pas, comme la précédente, l'inconvénient de passer du petit au grand, après avoir construit un canevas auxiliaire, elle a ceux de demander la mesure d'autant de bases qu'il y a de feuilles dans le levé, et de fournir pour le cadre de chacune de ces feuilles un quadrilatère de forme généralement différente. Il faudra donc, suivant les circonstances, choisir entre ces deux manières de procéder, dont nous venons de faire ressortir les désagrémens et les avantages.

234. Nous regardons en effet, comme un mauvais

moyen de partager un levé en feuilles séparées, l'emploi de limites que l'on nomme trop généralement *naturelles*, telles que les chemins, les lisières de culture, les cours d'eau, etc. Il est rare que des levés ainsi limités se raccordent parfaitement, tandis qu'au contraire le raccordement des feuilles s'opère très-bien, quand on suit une des deux méthodes précédentes.

IVe §. *Comment on détermine la direction de la méridienne, sur un levé à la planchette.*

Art. I. *Par les hauteurs correspondantes du soleil.*

235. On peut employer l'observation du soleil ou celle des étoiles pour obtenir, sur un levé à la planchette, la direction de la méridienne, direction suivant laquelle, n° 231, on a coutume de conduire les côtés latéraux des cadres des feuilles composant ce levé. Un moyen assez simple de se servir du soleil consiste à fixer à la planchette *PL*, comme il est représenté par la *fig.* 53, un style *TS*, portant à son sommet *S* une plaque percée d'un petit trou circulaire *t*, et inclinée de telle sorte qu'elle soit à peu près perpendiculaire au rayon solaire *to* de midi, le jour de l'opération, lorsque la planchette est horizontale, et que ses bords ont été dirigés, le mieux possible à vue, vers les quatre points cardinaux. Les choses dans cet état, on projetera en *p*, sur le papier, et à l'aide d'un perpendicule, le trou *t* de la plaque; et du point *p* obtenu, comme centre, on décrira plu-

sieurs circonférences de cercle concentriques, telles que $1m'1'$, $2m''2'$, $3m'''3'$ ..... On tracera en outre sur la planchette et avec l'alidade, la position ab, de la direction du point A du terrain que l'on occupe, vers un point éloigné B. Cette position ab servira d'abord à vérifier si la situation de la planchette ne se dérange pas pendant les observations qui restent à faire, et à donner encore l'*orientation absolue* de la direction AB, et par suite aussi celle de tout le levé auquel la position ab appartient.

Cela fait, on observera, quelques heures avant et après midi, la marche du rayon solaire to, que laisse passer le trou de la plaque du style, afin de marquer les points 1, 2, 3, ..., 3', 2', 1', où la courbe 1 2 3...3'2'1', décrite sur la planchette par le pied du rayon solaire, rencontre les circonférences tracées. Ces points obtenus, il est très-facile de conduire la méridienne sur la planchette; car, en faisant abstraction de la *variation diurne de la déclinaison* du soleil, on sait que les hauteurs égales de cet astre au-dessus de l'horizon, ont lieu dans des plans verticaux faisant le même angle de part et d'autre du méridien. Or, comme les horizontales $p1$, $p1'$, ont la même longueur, il s'ensuit que les rayons solaires $t1$, $t1'$, sont également élevés au-dessus de l'horizon représenté par la planchette, et qu'en conséquence la *méridienne*, ou trace horizontale du plan méridien, doit diviser l'angle $1p1'$ en deux parties égales; le point m', milieu de l'arc $1m'1'$, doit donc appartenir à la méridienne, qui, devant d'ailleurs passer en p, sera la ligne pm'.

236. Afin d'obtenir la méridienne avec plus de

certitude, on prend de même les milieux m'', m'''...., des autres arcs de cercle décrits $2m''2'$, $3m'''3'$..., et l'on examine si la méridienne tracée passe par tous ces points. Si cela a lieu, les constructions opérées seront bien faites; et dans le cas contraire, il faudra prendre pour méridienne une ligne pn, s'écartant le moins possible de l'ensemble de tous les points m', m'', m''', ... Il est clair d'ailleurs que les points 1, 2, 3 ... 3″, 2′, 1′, seront donnés le plus nettement possible, lorsque l'espèce de *section conique* 123....3′2′1′, décrite par le pied du rayon solaire, aura atteint son plus grand degré de courbure; ce qui arrive à l'époque du solstice d'hiver.

237. Il était inutile de tenir compte de la variation diurne de la déclinaison du soleil, dans la construction graphique que nous avons exécutée. Toutefois, si l'on opérait plus en grand que nous venons de le faire, il faudrait y avoir égard, en se servant de tables calculées pour cet objet, et que l'on trouve dans la plupart des traités élémentaires d'astronomie ou de gnomonique. L'époque du solstice d'été est évidemment celle où la variation mentionnée a le moins d'influence.

Art. II. *Par le lever et le coucher du soleil.*

238. Le lever et le coucher du soleil en un lieu dont l'horizon est très-découvert, peuvent être concurremment employés au tracé de la méridienne. En effet, les situations du soleil aux momens énoncés, doivent être considérées comme un cas parti-

culier de celles dont on a fait usage dans l'article précédent; puisqu'ici les hauteurs de cet astre au-dessus de l'horizon sont nulles. Ayant donc orienté à vue d'œil et à l'aide des mouvemens de la planchette, les bords de la feuille de papier où doit être dessiné, soit la minute, soit le canevas d'un levé, on relevera avec l'alidade la direction *ab*, *fig.* 54, du point *A* que l'on occupe, vers un point remarquable *B* éloigné, comme on l'a fait précédemment, et dans le même but. La planchette ainsi disposée, on relevera encore avec l'alidade, garnie d'un verre de couleur ou d'un verre noirci à la flamme d'une bougie, les directions *al''*, *ac''*, du soleil levant et du soleil couchant. Cela exécuté, on voit, par les raisons déduites au précédent article, que la méridienne doit être la ligne *am''*, divisant en deux parties égales l'angle *c''al''*, quand on fait abstraction de la variation diurne de la déclinaison du soleil.

Nous n'avons combiné encore qu'un seul lever du soleil avec le coucher suivant de cet astre. Or il est clair que, pour se procurer une vérification de l'opération exécutée, on doit la répéter au moins une seconde fois le lendemain, sinon plusieurs jours de suite.

239. D'ailleurs, si lors de l'opération le soleil se rend du solstice d'été au solstice d'hiver, le vertical de son coucher fera avec le méridien un angle plus petit que celui qu'a fait avec ce dernier, le vertical du lever du même jour. Donc la direction *ac''* doit être plus voisine de la vraie méridienne que celle *al''*, et par suite la méridienne *am''* obtenue, déviera

d'une petite quantité vers l'orient. Ce serait le contraire si le soleil se rendait du solstice d'hiver à celui d'été.

Pour se débarrasser de cette erreur, tenant au changement continuel de la déclinaison du soleil, remarquons que, si le lever de cet astre arrive plus loin du méridien que son coucher du même jour, par une raison semblable ce lever aura eu lieu plus près du méridien que le coucher de la veille. Si donc on a obtenu la direction *ac'* de ce coucher, en divisant l'angle *c'al''* en deux parties égales par la ligne *am'*, cette ligne sera située un peu à l'ouest de la vraie méridienne. L'angle *m'am''* doit donc contenir la vraie méridienne *am*, et il est clair que, si l'on opère à l'époque des équinoxes, cette ligne devra le diviser en deux portions sensiblement égales.

Art. III. *Par l'observation du passage des étoiles dans un vertical.*

240. Les étoiles peuvent servir aussi à déterminer la méridienne. On trouvera dans la *Connaissance des temps* ou autres éphémérides, les étoiles visibles pouvant être situées du même côté du zénith du lieu où la méridienne doit être déterminée, et ayant lors de l'opération, soit même ascension droite, soit des ascensions droites différant entre elles de 200 grades ou 180 degrés. Et il est clair que, lorsque ces étoiles seront vues à la fois dans un même plan vertical, la position de ce plan coïncidera avec celle du méridien du lieu.

241. Pour la commodité de l'observateur, il ne faudra pas choisir des étoiles s'élevant à plus de 50 degrés au-dessus de l'horizon. Si donc à Paris, par exemple, on veut employer deux étoiles ayant même ascension droite, leurs déclinaisons pourront être, 1° australes, si elles sont moindres que 42 degrés. Telles étaient en 1820 les étoiles α Lièvre et ε Colombe, dont les ascensions droites moyennes ne différaient au 1er janvier que de 29″, et dont les déclinaisons moyennes respectives étaient alors 17° 57′ 30″ et 35° 36′ 25″. Les couples suivans étaient aussi en 1820 dans le même cas, savoir, δ et θ Lion, η Loup et ψ Balance, κ et ι Aigle, α et ι Verseau, etc. 2° Boréales, si elles sont plus grandes que 42 degrés. Tels étaient les couples d'étoiles 10 Giraffe et ε Cocher, λ et ι Bouvier, γ petite Ourse et ι Dragon, A Dragon et σ Hercule, etc. 3° Et enfin l'une australe moindre que 42 degrés, et l'autre boréale plus petite que 8 degrés. Tels étaient aussi en 1820, les couples d'étoiles η grand Chien et 6 petit Chien, μ et π Balance, 16 Éridan et κ² Balance, η et γ Orion, 8 Licorne et 6 grand Chien, η grand Chien et 6 petit Chien, θ Hydre et C. et υ Lion, etc.

Dans le cas où l'on prendrait des étoiles situées de part et d'autre du pôle, sur un même méridien, leurs déclinaisons pour Paris devraient être boréales, l'une plus grande que 42 degrés, et l'autre plus grande que 88 degrés. De tels couples d'étoiles sont difficiles à former.

242. On peut encore employer deux étoiles quelconques visibles du même côté du zénith, et con-

curremment avec elles une montre à secondes bien réglée sur le temps sidéral. Connaissant en effet la différence d'ascension droite de ces étoiles, on sait de combien de temps leurs passages au méridien doivent différer entre eux. Si donc on observe les époques où les étoiles choisies atteignent un même vertical, on sera à même de juger si ce plan est ou non dirigé suivant le méridien, d'après l'intervalle des époques mentionnées.

Afin de pouvoir ramener dans le méridien, le plan vertical de l'observation, lorsqu'un premier couple d'étoiles a démontré qu'il n'y était pas encore, on choisit, et cela est très-facile, plusieurs couples à l'orient les uns des autres, pour vérifier si les déplacemens successifs que l'on donnera au vertical, par suite d'une observation précédente, l'auront ou non transporté dans le méridien.

243. L'*étoile polaire* est très-voisine du pôle nord; au 1er janvier 1820 elle n'en était éloignée que de 1° 39′ 5″. Il est donc avantageux de la prendre pour une de celles dont on vient de faire usage, puisque le plan vertical qu'elle servira à diriger, dans une quelconque de ses positions, sera peu éloigné du méridien. Quoique cette étoile ne soit pas très-brillante, on la retrouve assez facilement en partant de la *grande Ourse*, constellation connue de tout le monde sous le nom de *grand Chariot*. Si l'on conçoit en effet par les deux étoiles α, β, *fig.* 55, de cette constellation, une ligne droite, en la prolongeant dans la direction $\beta\alpha$, d'une quantité à peu près égale à la distance des étoiles α, η, on arrivera à la

constellation du *petit Chariot* ou de la *petite Ourse*, dont l'étoile α, située un peu à droite du prolongement opéré, est la polaire. L'ascension droite de cette étoile était, le 1er janvier 1820, 14° 13′ 7″, tandis que celle de ε grande Ourse égalait 191° 31′ 2″. La différence 177° 17′ 55″ de ces ascensions droites, réduite en temps à raison de 24 heures pour 360 degrés, correspond à 11 heures 49 minutes 12 secondes : ainsi, quand ε grande Ourse passait au méridien, il s'en fallait de 10 minutes 48 secondes que la polaire y fût arrivée.

Si donc on dirigeait un plan vertical tel que le plan de collimation de l'alidade, par exemple, sur l'étoile ε grande Ourse, lorsque ce plan laissait la polaire un peu vers la droite ou vers l'est, on pouvait le regarder comme très-voisin du méridien du lieu, avec lequel il coïncidait réellement, si l'étoile polaire employait 10 minutes 48 secondes à l'atteindre.

244. Dans le cas où le passage de l'étoile polaire arrivait avant 10 minutes, le vertical de l'observation déviait vers l'orient, et il fallait pour le rapprocher du méridien lui donner un petit mouvement vers l'ouest. C'était le contraire si le passage de l'étoile polaire n'arrivait qu'après un intervalle de temps plus grand que 10 minutes. On était donc à même d'estimer le déplacement à donner au vertical de l'observation, et on vérifiait l'exactitude de la correction d'après l'intervalle de temps écoulé entre le passage des étoiles ζ et η grande Ourse, dont les ascensions droites à l'époque étaient respectivement 199° 9′ 52″ et 205° 6′ 20″. La différence 5° 56′ 28″ de ces ascensions

droites correspondant à 23 minutes 46 secondes de temps, il est clair que la dernière position donnée au vertical de l'observation coïncidait avec le méridien, si les passages des étoiles mentionnées comprenaient un intervalle de temps égal à 23 minutes 46 secondes.

V^e §. *De la rectification et de la vérification du détail d'un levé topographique.*

245. Il est plus facile et plus expéditif de se préserver d'erreurs en construisant un levé topographique, que de les corriger quand on s'aperçoit de leur existence. Nous pensons en effet avec Dupain de Montesson, que « ce n'est que de gaieté de cœur, « ou par ignorance, que l'on donne un mauvais ou « un faux détail du pays en se servant de la plan- « chette. » On évitera les erreurs en vérifiant toujours l'exactitude de la position du point du terrain auquel on arrive, soit en la déterminant de deux manières différentes, soit de la même manière, mais en partant de deux systèmes de repères différens. Si l'on ne regarde comme suffisamment bien déterminée que la position soumise à une telle épreuve, et si d'ailleurs toutes les constructions sont exécutées avec soin, il est clair que le canevas et par suite aussi le levé auront toute l'exactitude désirable.

246. Si, négligeant ces préceptes, on venait à découvrir l'existence d'erreurs, le plus sûr moyen de s'en débarrasser et de rectifier la portion du détail erronée, est de déterminer par la courbe de recherche

ou de toute autre manière, la position du point de station en un lieu du terrain mal détaillé, si le pays est découvert. Ce point obtenu, d'après des positions de points exactement représentés, on reviendra sur ses pas en dessinant de nouveau le détail, jusqu'à ce qu'on arrive à un endroit où les opérations actuelles soient d'accord avec le premier détail figuré. Là se terminera la rectification de l'erreur commise, laquelle y avait évidemment son origine.

On acquiert la certitude d'avoir bien détaillé un pays couvert, lorsque, revenant au point de départ après un long détour, sa position ainsi déterminée coïncide parfaitement avec celle d'où l'on est parti. Ce n'est aussi qu'après avoir, comme on dit, *fermé* plusieurs *périmètres* que l'on doit se risquer à détailler un pays couvert; sans cette précaution, on s'expose souvent à recommencer. Dans une telle localité, la rectification d'un détail est longue à obtenir. Il faut regarder effectivement comme non avenues, toutes les opérations exécutées depuis un point de la position duquel on soit certain, et recommencer sur de nouveaux frais le figuré du détail, à partir de ce point.

247. La vérification d'un levé en pays découvert est très-facile à faire. On déterminera le point de station en un lieu d'où la vue puisse embrasser beaucoup d'objets arrêtés sur la minute : comme trois suffiront pour cela, on vérifiera, après s'être orienté, si les directions des autres points, obtenues en mettant la ligne de foi de l'alidade sur leurs positions respectives, passent toutes par celle du

point de station. Les directions qui ne jouiront pas de cette propriété, dépendront, n° 156, de points qui ne seront pas exactement représentés sur la minute, et desquels il faudra rectifier les positions, si d'ailleurs on est certain de la bonté de celles qui auront servi à déterminer le point de station.

En pays entièrement couvert, la vérification du détail n'est pas, à beaucoup près, aussi expéditive. Il faut alors procéder au levé d'un polygone, choisi de manière à fournir le plus de notions possibles par sa forme, son étendue, et celles des amorces adjacentes. Ce levé fait de toutes pièces, comparé à la minute, montrera quel degré de confiance on doit accorder au détail qu'elle embrasse.

CHAPITRE IX.

PROBLÈMES DIVERS.

Ier §. *Obtenir, à l'aide de la planchette, la distance des extrémités d'une ligne brisée accessible.*

248. Nous consacrerons ce dernier chapitre à la résolution de quelques problèmes, comme exemples d'applications des levés à la planchette. Nous y comprendrons aussi la solution de questions fondamentales, propres à conduire à celles de tous les *problèmes inverses des levés à la planchette*, problèmes dans lesquels le dessin d'un projet quelconque étant arrêté sur le plan d'un terrain accessible, on se propose d'en construire le tracé sur ce terrain même. La nature de l'instrument dont nous allons nous servir, nous force d'ailleurs à nous borner ici à des solutions purement graphiques.

249. Pour résoudre le problème énoncé, nous représenterons par *ABCDE*, *fig.* 56, la ligne brisée des extrémités *A*, *E*, de laquelle il s'agit de trouver la distance *AE*. Dans ce but, on relevera en *B* l'angle *ABC* représenté par *abc* sur la planchette, on mesurera *AB* et *BC* pour en prendre les valeurs *ab*, *bc*, à l'échelle; de sorte que *a*, *b*, *c*, seront les positions respectives des trois points *A*, *B*, *C*. Puis avec *bc* et *c*, on se mettra en station au point *C*, pour y relever l'angle *BCD* et la position *d* du point *D*; et

l'on continuera de cheminer ainsi jusqu'à ce qu'on soit arrivé à la position *e* de l'extrémité *E* de la ligne brisée donnée. Cela fait, on joindra les positions *a*, *e*, des extrémités de cette ligne, par une droite *ae*, dont on prendra la valeur sur l'échelle à laquelle on aura opéré, et cette valeur sera évidemment le nombre d'unités de mesure contenues dans la distance *AE* cherchée.

IIe §. *Arriver, à l'aide de la planchette, à la longueur d'une droite qu'il est impossible de chaîner.*

Art. I. *Les deux extrémités de la droite sont accessibles.*

250. Si les deux extrémités de la droite sont accessibles, on conçoit de l'une à l'autre, sur le terrain, une ligne brisée accessible de la plus simple forme; et le problème se réduit alors à trouver la distance des extrémités de cette ligne, problème que nous venons de résoudre dans le paragraphe précédent.

Art. II. *Une seule extrémité de la droite est accessible.*

251. *B*, *fig.* 57, étant l'extrémité inaccessible de la droite *AB*, on choisira sur le terrain deux points *C*, *D*, d'où on puisse découvrir le point *B*, et tels que leur distance *DC* soit mesurable. On tracera alors sur la planchette une droite *dc* égalant la droite *DC* à une échelle choisie, et on déterminera par intersection la position *b* du point inaccessible *B*, relativement aux points *d*, *c*, regardés comme les positions respectives de *D* et *C*. Cela fait, on cheminera de *D* en *A* par le polygone accessible *DEA* le plus simple,

dont on levera le plan *dea*; et *ab* sera ainsi à l'échelle choisie la longueur de la ligne *AB*, de laquelle on pourra donc obtenir la valeur en unités de mesure quelconques.

252. Le problème résolu dans le cas actuel, peut être encore énoncé de cette manière : *Trouver à quelle distance on est d'un point inaccessible, que l'on peut ou non découvrir.*

Art. III. *Les deux extrémités de la droite sont inaccessibles.*

253. La manière de résoudre le problème dans le cas actuel ne diffère presque en rien de la construction exécutée au n° 178. On mesurera en effet sur le terrain une ligne *XY*, *fig.* 33, des extrémités de laquelle on puisse apercevoir celles *R*, *P*, de la droite inaccessible dont il s'agit de trouver la longueur. On tracera ensuite sur la planchette une ligne $x'y'$ représentant *XY* à une échelle choisie, et il est clair qu'en employant la méthode d'intersection, on arrivera promptement aux positions r', p', des points *R*, *P*, comme il est représenté par la figure; de sorte que la ligne $r'p'$ étant la longueur de *RP* à l'échelle mentionnée, il est tout simple d'en obtenir la valeur en unités de mesure quelconques.

254. Il est évident que la solution actuelle pourra s'appliquer aux deux cas précédens, lorsque les localités ne s'y opposeront pas; de sorte que, si de la première extrémité de la droite donnée on découvre la seconde, on pourra faire aboutir à cette première extrémité l'une de celles de la droite auxiliaire dont on doit effectuer le mesurage.

IIIe §. *Trouver, à l'aide de la planchette, la plus courte distance d'un point à une droite.*

255. Ce problème offre six cas différens; car chaque extrémité de la droite et le point donné lui-même peuvent ou non être accessibles. Cependant, comme ils se rapportent deux à deux, à chacun des trois cas du problème résolu dans le précédent paragraphe, nous allons seulement indiquer les modifications à apporter aux solutions expliquées, pour les rendre applicables au problème actuel.

Si le point donné est accessible, on le prendra pour un des sommets des polygones suivant lesquels on a cheminé dans les solutions des deux premiers cas, ou, si cela n'était pas convenable, on lierait ce point à ces polygones, par le plus simple embranchement possible levé en cheminant. On suivrait une marche analogue, en agissant relativement à la droite auxiliaire mesurée dans la solution du troisième cas, comme on l'a fait à l'égard des polygones.

256. Si le point donné était inaccessible, il faudrait déterminer sa position par intersection, soit en partant de deux des sommets des polygones parcourus, soit des deux extrémités de la droite mesurée, ou de toute autre manière.

257. Les positions respectives *ab*, *m*, *fig.* 58, de la droite *AB*, et du point *M*, donnés, étant ainsi obtenues sur la planchette, il ne reste plus, pour trouver leur plus courte distance cherchée, qu'à conduire par le point *m*, une perpendiculaire *mp*

à *ab*. Prenant en effet la longueur de *mp*, pour l'appliquer sur l'échelle à laquelle on a opéré, on obtiendra la longueur de la ligne correspondante *MP* du terrain, en unités de mesure employées.

IVe §. *Trouver la distance de deux points accessibles, visibles l'un de l'autre, et desquels on découvre deux autres points inaccessibles dont la distance est connue.*

258. Ce problème est, en d'autres mots, l'énoncé de celui qui a été résolu n° 178 : aussi la construction à faire est-elle la même. *R*, *P*, *fig.* 33, sont les points inaccessibles dont on connaît la distance, et *X*, *Y*, ceux dont il faut trouver l'écartement. Exécutant les opérations représentées dans la figure, on obtiendra sur la planchette un quadrilatère $x'y'p'r'$, semblable à celui *XYPR* de la carte topographique naturelle; on aura donc, la distance cherchée $XY : RP = x'y' : r'p'$, proportion d'où on déduira sa valeur en fonction de la longueur connue de *RP*, après avoir mesuré les lignes $x'y'$, $r'p'$, en unités quelconques.

259. Si l'on ne voulait pas faire de calcul, il faudrait, comme il est représenté par la *fig.* 34, construire sur la droite *rp*, représentant *RP* à une échelle choisie, une figure *rpxy* semblable à celle $r'p'x'y'$ obtenue sur la planchette. Alors effectivement la ligne *xy*, portée sur l'échelle, y indiquerait à combien d'unités de mesure est égale la distance *XY* cherchée.

V^e §. *Obtenir avec la planchette, l'aire d'un terrain quelconque.*

260. On levera, à une échelle choisie, le plan de la limite du terrain dont l'aire est demandée; et si cette limite *abcde....*, *fig.* 59, est polygonale, on divisera l'étendue du terrain en triangles tels que *abc*, *ace*, *cde*, ..., dont la somme des surfaces fournira évidemment l'aire cherchée.

On sait que le plus petit nombre possible de triangles en lesquels un polygone puisse être décomposé, égale le nombre des côtés de ce polygone, moins 2. Quoique cette décomposition soit faisable de plusieurs manières, il faudra, dans le cas actuel, donner la préférence au mode de partage qui fournira le plus grand nombre de triangles différant le moins possible de la forme équilatérale. Cela fait, on mesurera à l'échelle les longueurs de la base et de la hauteur de chaque triangle, telles que *ac* et *bp*, *ce* et *aq*..., pour en faire les produits $ac.bp$, $ce.aq$... La moitié de chacun de ces produits étant l'aire particulière du triangle correspondant, il en résulte que l'aire totale cherchée $abcdef = \frac{1}{2}(ac.bp + ce.aq + ce.dr + ...)$

261. Au lieu de se servir des hauteurs des triangles, on peut exprimer leurs surfaces en fonction de leurs trois côtés. On se souvient qu'en effet, *la surface d'un triangle égale la racine carrée du produit de son demi-périmètre, multiplié par les trois excès de ce demi-périmètre sur chacun de ses côtés.* Quoique le calcul de l'aire d'un polygone, cherchée

par cette formule, ne soit pas aussi expéditif que le calcul indiqué dans le numéro précédent, on ne doit pourtant pas négliger d'en faire usage. Car il est très-difficile de passer exactement du plan d'un polygone à la valeur de sa surface, et ce n'est qu'en prenant une moyenne entre plusieurs résultats obtenus par des voies différentes, que l'on peut espérer de s'être assez approché du véritable.

262. Si la limite du terrain à mesurer est formée d'une ligne courbe rentrante sur elle-même, telle que *abcdef*, *fig.* 60, on lui conduira une tangente extérieure *ta*, dirigée à peu près perpendiculairement à la plus grande dimension de l'espace embrassé; ensuite, par le point de contact *a*, on fera passer une droite *ad*, coupant *at* à angles droits. Et *si l'on veut avoir la surface cherchée en ares ou carrés de* 10 *mètres de côté, par exemple, on divisera, à partir de* a, *la ligne* ad *en portions de* 10 *mètres chacune, et par tous les points de division* 1, 2, 3, 4....*n on lui conduira des perpendiculaires* 1'1", 2'2", 3'3"...., *n'n"*. Cela fait, *on prendra à l'échelle les valeurs de ces perpendiculaires en mètres, pour en faire la somme dont le dixième indiquera le nombre d'ares contenus dans l'aire* abcdef. La raison de ce procédé est facile à trouver, et sera d'ailleurs exposée dans notre *Traité d'arpentage*.

La règle que nous venons de donner conduira à un résultat d'autant plus voisin de la vérité, que les portions de ligne courbe *a*1', *a*1", 1'2', 1"2" .... s'écarteront moins de la ligne droite; et que la distance du dernier point *n* de division de la ligne *ad*, en

portions de 10 mètres, à l'extrémité *d* de cette droite, différera moins du côté de l'are.

263. Si la distance mentionnée *nd*, *fig.* 61, différait beaucoup du côté de l'are, il ne faudrait comprendre dans la somme à faire que la moitié de la dernière perpendiculaire *n'n''*. On n'aurait ainsi l'aire cherchée que jusqu'à cette perpendiculaire; et pour avoir la valeur de l'autre partie *n'n''d*, on diviserait de même *n'n''* en portions de 10 mètres aux points 1, 2, 3...., et le dixième de la somme faite des perpendiculaires 11', 22'.... à *n'n''*, et de la moitié de la dernière 44', fournirait, comme on vient de le voir, l'aire *n'44'd*. Quant au petit triangle rectangle *n''44'*, dont les côtés sont plus petits que celui de l'are, on calculera facilement sa surface, qu'il faudra ajouter à la somme des deux précédemment obtenues, pour avoir l'aire totale cherchée.

264. On peut encore parvenir à l'aire d'un terrain limité par une ligne courbe *aa'bb'cc'*..., *fig.* 62, en inscrivant ou circonscrivant à cette courbe, soit en totalité, soit en partie, un polygone rectiligne *abcd*..., s'écartant le moins possible de la forme qu'elle affecte. On calculera en effet, comme on l'a dit, l'aire du polygone substitué, et on obtiendra la valeur des espèces de segmens ou portions de surface *aa'b*, *bb'c*, *cc'd*.... comprises entre les côtés de ce polygone, et les portions correspondantes de la courbe limite, en employant la méthode indiquée dans le précédent numéro. Partant, il sera fort aisé d'arriver à l'aire cherchée, puisqu'il suffira d'ajouter ou de retrancher de celle du polygone substitué, les aires

des espèces de segment désignés, suivant que l'indiquera la figure.

VIe §. *Trouver, à l'aide de la planchette, le point d'un terrain accessible, correspondant à un point ajouté au plan de ce terrain.*

265. Tous les *problèmes inverses des levés* se réduisent en dernière analyse à celui que nous venons d'énoncer, et dont la solution exige qu'il existe sur le terrain, un chemin praticable allant de l'un des points dont les positions sont arrêtées sur le levé, au point du terrain que l'on cherche. Soient a, b, c..., *fig.* 63, des points du levé représentant ceux A, B, C... d'un terrain, sur lequel on propose de trouver le point correspondant à celui x indiqué sur le levé. Comme il sera toujours possible d'estimer à peu près le lieu où doit être le point cherché, on jugera facilement de quel point connu du terrain il convient de partir pour aller le rejoindre. Supposons que ce soit du point B; on s'y mettra en station, et puis la ligne de foi de l'alidade passant aux points b, x, on fera planter un jalon X' dans la direction fournie par le plan de collimation de l'alidade; de sorte que le point cherché sera quelque part dans la direction BX'. Pour l'obtenir, il ne reste plus qu'à savoir à combien d'unités de mesure correspond la longueur de bx, ce que l'échelle apprendra facilement, et à faire chaîner ensuite dans la direction BX', une ligne BX égale à la longueur trouvée; l'extrémité X de cette ligne, sera évidemment le

point du terrain représenté par le point x indiqué sur la minute.

266. S'il n'était pas possible d'apercevoir de l'un des points du terrain connus de position sur le levé, le lieu où l'on aura estimé que doit se trouver le point du terrain correspondant à celui indiqué sur la minute, le problème proposé ne serait pas plus difficile à résoudre. Tout se réduirait alors à lever le plan du chemin praticable allant de l'un des points connus, au lieu où le point cherché doit se trouver, et à opérer à l'extrémité de ce chemin, comme on l'a fait tout à l'heure au point B, puisqu'on s'y trouvera dans des circonstances semblables.

VIIe §. *Trouver, à l'aide de la planchette, la ligne d'un terrain accessible, correspondant à une droite ajoutée au plan de ce terrain.*

267. Ce problème se résout à l'aide du précédent. Il est clair en effet que, si l'on trouve deux points du terrain, correspondant à deux points choisis de la droite donnée sur le levé, ces points détermineront sur ce terrain la trace d'un plan vertical, de laquelle la droite donnée est la position.

Si l'on tenait à avoir la longueur de la ligne sur le terrain, les deux points mentionnés devraient être choisis aux extrémités de la droite donnée sur le levé, afin d'éviter les chaînages qu'il faudrait exécuter ultérieurement dans le cas où l'on n'aurait pas eu cette attention.

268. On peut résoudre encore le problème pro-

posé d'une autre manière. Soit prolongée la droite *xy*, *fig.* 64, donnée sur la minute, jusqu'à la rencontre *r*, de la droite *ab*, correspondant à la direction *AB* du terrain. On pourra trouver, à l'aide de l'échelle du plan, le nombre de mètres représentés par la ligne *ar*, les faire chaîner ensuite de *A* en *R* vers *B*; et le point *R* du terrain sera le point correspondant à celui *r* du levé. Cela posé, on se mettra en station en *R*, et la ligne de foi de l'alidade étant sur la ligne *rxy*, on fera planter un jalon *X'* dans la direction fournie par son plan de collimation, et *RX'* sera évidemment la ligne du terrain correspondant à celle *rxy* ajoutée à son plan.

Si l'on désirait connaître en outre les extrémités de la ligne cherchée, il faudrait voir à l'échelle quels nombres de mètres valent les longueurs des lignes *rx*, *xy*, afin de les faire chaîner de *R* en *X* et de *X* en *Y*, dans la direction *RX'*. Les points *X*, *Y*, ainsi trouvés, seront évidemment ceux du terrain, ayant *x* et *y* pour positions sur la minute.

VIIIe §. *Par un point donné sur le terrain, conduire, à l'aide de la planchette, une droite dans une situation indiquée, relativement à une autre droite assignée sur le terrain.*

269. En particularisant cet énoncé général, la solution du problème proposé fournit, entre autres, celles des deux problèmes suivans.

Par un point donné sur le terrain, conduire, à l'aide de la planchette, soit une parallèle, soit une

perpendiculaire, à une autre droite assignée sur le terrain.

270. Les solutions de ces problèmes particuliers, comme celle du problème général, pourront offrir trois cas différens; car les deux extrémités de la droite assignée seront ou non accessibles, ou bien une seule d'elles le sera pendant qu'on ne pourra aborder la seconde. Quel que soit celui des cas où l'on se trouve, on relevera avec la planchette les positions relatives *ab*, *c*, *fig.* 65, de la droite *AB*, et du point *C*, assignés sur le terrain. On fera des opérations intermédiaires si les localités les rendent indispensables, et il sera possible de se mettre ensuite en station au point *C*. Or, si on trace sur le levé la droite *cd* ayant relativement à *ab* la situation que doit avoir à l'égard de *AB* la ligne cherchée sur le terrain, *cd* sera évidemment la position de cette droite. On se mettra donc en station en *C*, pour faire planter un jalon *D'* dans le plan de collimation de l'alidade, pendant que la ligne de foi de cet instrument passera par *cd*, et la ligne *CD'* du terrain sera celle qu'il était question de trouver.

271. Ce problème reçoit des applications dans le *percement des forêts*, quand les laies doivent faire partie d'un même système, coordonné à une direction principale.

IXe §. *Tracer sur le terrain, à l'aide de la planchette, la ligne droite qui joint deux points donnés invisibles l'un de l'autre.*

272. Le problème énoncé offre trois cas différens,

puisque les points donnés peuvent en outre être ou non tous deux accessibles, ou l'un inaccessible et l'autre abordable. Quoi qu'il en soit, ce problème n'en est pas moins très-facile à résoudre. Il suffit pour cela de lever le plan d'un polygone *acdefb*, *fig.* 66, conduisant de l'un des points donnés à l'autre ; de sorte que la droite *ab*, qui sur le levé joindra les positions *a*, *b*, de ces points, que nous désignerons par *A* et *B*, sera la position de la ligne qu'il s'agit de tracer sur le terrain; ce que l'on peut exécuter de plusieurs manières.

S'il est possible de stationner à l'un des points *A*, *B*, on le fera, et alors le plan de collimation de l'alidade fournira la ligne *AB* cherchée, par sa trace sur le terrain, si l'on a mis d'abord la ligne de foi de l'instrument sur la droite *ab* du levé. On pourra donc planter autant de jalons qu'on le voudra, dans la direction *AB*, et tracer ainsi cette ligne sur un terrain libre et découvert.

273. On prévoit sans doute de quelle utilité est cette solution, pour *ouvrir à travers les forêts, des laies joignant en ligne droite deux points assignés.* Dans ce cas particulier, le polygone conduit entre les deux points extrêmes de la laie, ne pourra passer que par les communications déjà ouvertes dans la forêt, ou le long de sa lisière s'il n'existe intérieurement aucun chemin.

274. Si l'on ne pouvait approcher d'aucun des deux points *A*, *B*, entre lesquels la ligne cherchée doit être conduite, on ne pourrait généralement la tracer que par points. Il faudrait alors partir de l'un des sommets

du polygone *acdefb*, du point *e* par exemple, et cheminer, par un embranchement tel que *egh*, à la rencontre du lieu où le point de la ligne *AB* doit être déterminé. Supposant que du point *G* du terrain dont *g* est la position, on puisse aboutir à la ligne *AB*, par une direction représentée en *gh* sur la planchette, il suffira de mesurer *gh* à l'échelle et de faire chaîner suivant cette direction, et à partir de *G*, un nombre de mètres égal à la mesure de *gh*; car l'extrémité de la distance mesurée sera évidemment un point de la ligne *AB*. On peut, de la même manière, obtenir autant de points qu'on veut, de cette droite.

S'il est possible de stationner à l'un des points obtenus, on pourra évidemment tracer avec des jalons, la portion adjacente de la ligne *AB*, lorsque le terrain le permettra, en se conduisant à ce point comme on a dit de le faire n° 272, à celui des deux points donnés qu'on supposait accessible.

X^e §. *A l'aide de la planchette, prolonger en ligne droite et au delà d'un obstacle bornant la vue, une ligne donnée sur le terrain.*

275. Quoique deux cas puissent se présenter dans la résolution de ce problème, puisque la droite à prolonger peut être ou non accessible, les opérations à faire différeront peu les unes des autres. Tout se réduit en effet à lier la position *ab* de la ligne à prolonger en ligne droite au delà d'un obstacle opaque, tel qu'un édifice, un bouquet de bois, etc., avec

le plan d'un polygone *cde*... tournant l'obstacle, et de l'extrémité *e* duquel on juge devoir apercevoir le prolongement de la ligne donnée, suivant la direction représentée en *ef* par exemple. Cela fait, sur la minute, on prolongera indéfiniment *ab* vers *fg*, et l'on mesurera à l'échelle la longueur représentée par la ligne *ef*; en sorte que, si l'on fait chaîner une égale longueur dans la direction correspondant à *ef*, et à partir du point dont *e* est la position, l'extrémité du chaînage sera le point du prolongement cherché, représenté par le point *f* du levé.

On peut de la même manière trouver d'autres points de ce prolongement, s'il n'est pas possible de stationner au premier point obtenu, afin de disposer le plan de collimation de l'alidade suivant le prolongement cherché, pour le tracer sur le terrain avec des jalons.

276. Nous terminerons ici ce dernier chapitre, que nous aurions pu grossir indéfiniment, en y réunissant les solutions de beaucoup d'autres problèmes, qu'il nous eût été, sans doute, facile de nous proposer. Nous pensons en effet que les exemples qu'on y a trouvés, suffiront pour faire voir comment on devra procéder avec la planchette, à la résolution des divers problèmes dont on pourrait avoir à s'occuper.

FIN DU TRAITÉ DES LEVÉS A LA PLANCHETTE.

On trouvera chez M. Esteveny, artiste distingué qu'emploie la majorité des officiers au corps royal des ingénieurs-géographes militaires, demeurant rue du Four Saint-Germain, n° 78, tous les instrumens de mathématiques exécutés avec soin et intelligence. Voici le prix de ceux dont nous avons parlé dans cette livraison : Planchette pareille à celle décrite, 80 f.; *idem* avec rouleaux, 100 f. Planchette sans genou, mais à vis de rappel pour le mouvement horizontal, 67 f.; *idem* avec rouleaux, 87 f. Alidade à lunette, pareille à celle décrite, dans sa boîte, 50 f.; alidade en bois, 15 fr. Chaîne en fer de 20 mètres, avec 10 fiches en fer, 18 f.; *idem* de 10 mètres et les 10 fiches, 10 f. Règle en cuivre, portant les échelles métriques au 2, 5, 10 et 20000ième, 10 f. Le prix des tranchoirs varie suivant leur grandeur et le nombre de vis accessoires.

TABLE
DES MATIÈRES.

AVANT-PROPOS. Page v
PRÉFACE. xj

CHAPITRE PREMIER.

GÉNÉRALITÉS SUR LES DESCRIPTIONS GRAPHIQUES DES CORPS. 1
Ier §. *Quel doit être le but de la description graphique d'un corps.* *ibid.*
IIe §. *Comment on peut rapporter des points quelconques de l'espace, à des repères géométriques.* 5
Art. I. Des points de repère. *ibid.*
Art. II. Des lignes de repère. 7
Art. III. Des surfaces de repère. 9
IIIe §. *Comment on peut faire connaître les positions relatives des projections orthogonales de tous les points de la surface d'un corps, sur un plan de repère ou de projection déterminé.* 11
Art. I. Des points de repère. *ibid.*
Art. II. Des lignes de repère. 13
IVe §. *Comment on peut faire connaître les longueurs des perpendiculaires abaissées de tous les points de la surface d'un corps, sur une surface de repère ou de projection.* 15
Art. I. Des cotes de distance au plan de repère ou de projection. *ibid.*
Art. II. Des projections orthogonales sur un plan coordonné au plan de repère, nommées *élévations.* 16
Art. III. Des sections perpendiculaires au plan de repère, nommées *coupes* ou *profils.* 17
Art. IV. Des *tranches* ou sections parallèles au plan de repère ou de projection. 21

Art. V. Des lignes de plus grande inclinaison vers le plan de repère ou de projection. Page 24
V^e §. *Applications des notions précédentes.* 30
Art. I. Des polyèdres ou des corps terminés par des portions de surfaces planes. *ibid.*
Art. II. Des corps polyédriques ou terminés par des faces distinctes tant à courbure convexe ou concave continue qu'à courbure infléchie. 32
Art. III. Des corps terminés par des surfaces convexes continues, régulières ou irrégulières. 34
Art. IV. Des corps terminés par des surfaces quelconques à courbure infléchie. 36
Art. V. Des corps à surface en partie développable. 38

CHAPITRE II.

GÉNÉRALITÉS SUR LES CARTES. 41
Ier §. *Considérations générales sur la forme du globe terrestre.* *ibid.*
IIe §. *Des cartes topographiques, chorographiques et géographiques, ou descriptions graphiques de la surface du globe terrestre.* 43
IIIe §. *Des cartes à grand point et à petit point, et des cartes hydrographiques, etc.* 46
IVe §. *De la carte topographique naturelle.* 48
V^e §. *Du canevas géométrique d'une carte topographique.* 50

CHAPITRE III.

DES ÉCHELLES. 52
Ier §. *Ce qu'on doit entendre par échelle d'une carte ou d'un plan, et nécessité de sa connaissance.* *ibid.*
IIe §. *Des échelles décimales et de leurs dérivées, adoptées par la commission des services publics de France.* 53
IIIe §. *Principes généraux sur la construction des échelles.* 56
IVe §. *Applications des principes précédens.* 60
Art. I. Construction des échelles décimales relatives au système métrique décimal français. *ibid.*

Art. II. Construction des échelles décimales dans un système métrique arbitraire. Page 65
Art. III. Construction des échelles quelconques dans un système métrique aussi quelconque. 68
V^e §. *Choix des échelles pour les cartes à construire.* 70

CHAPITRE IV.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES SUR LES LEVÉS A LA PLANCHETTE. 73
Ier §. *Description et maniement de la planchette.* 73
IIe §. *Description et rectification de l'alidade.* 80
IIIe §. *Comment on obtient graphiquement, avec la* planchette *et l'*alidade, *l'angle de deux plans verticaux assignés.* 88
IVe §. *Ce que c'est qu'orienter un levé topographique, et comment on y parvient.* 92
V^e §. *Comment on met un levé topographique en station.* 97
VIe §. *Comment on trouve le point pour lequel est en station, un levé topographique orienté en un lieu du terrain qu'il représente.* 100

CHAPITRE V.

THÉORIE DES LEVÉS PUREMENT A LA PLANCHETTE. 103
Ier §. *Généralités sur les levés purement à la planchette.* *ibid.*
IIe §. *On propose de déterminer la position d'un point quelconque visible de deux points de repère où l'on peut stationner, et dont les positions sont données sur la carte.* 107
IIIe §. *Ne pouvant stationner qu'à l'un des deux points dont les positions sont données pour repères, déterminer la position d'un point désigné, où l'on peut stationner.* 109
IVe §. *On ne peut stationner qu'à l'un des deux points dont les positions sont données pour repères.* 111
Art. I. Déterminer le point de station en un lieu désigné. *ibid.*
Art. II. Examen des cas où les deux problèmes précédens conduisent sensiblement au même point sur la carte. 113
V^e §. *Les deux points dont les positions sont données pour repères étant inaccessibles, et pouvant stationner en un*

lieu du plan vertical que ces repères déterminent, lieu dont la position est néanmoins inconnue sur la carte, on propose de déterminer la position d'un point désigné où l'on peut stationner. Page 115

VIe §. *Les deux points dont les positions sont données pour repères étant inaccessibles, et pouvant stationner en un endroit inconnu de position, du plan vertical que les repères déterminent.* 117

Art. I. Obtenir le point de station en un lieu assigné. *ibid.*

Art. II. Examen des cas où les deux problèmes précédens conduisent sensiblement au même point sur la carte. 118

VIIe §. *Les points dont les positions sont données pour repères étant inaccessibles, ainsi que leur plan vertical, déterminer la position d'un point quelconque.* 119

CHAPITRE VI.

DES LEVÉS A LA PLANCHETTE ET A LA CHAÎNE. 121

Ier §. *Généralités sur les levés à la planchette et à la chaîne.* *ibid.*

IIe §. *On ne connaît sur la carte que la position du premier point de repère où l'on peut stationner, et la trace du plan vertical que les repères déterminent, trouver la position d'un point accessible.* 124

IIIe §. *On ne connaît sur la carte que la position du premier repère qui est inaccessible, et la trace du plan vertical déterminé par les deux repères, dans lequel on peut stationner en un lieu inconnu sur la carte, trouver la position d'un point accessible.* 125

IVe §. *On donne les positions de deux points de repère, pouvant stationner au premier, et le second étant inaccessible, on demande la position d'un point également inaccessible.* 127

V^e §. *On ne peut stationner à aucun des deux points dont les positions sont données pour repères; mais l'un d'eux étant accessible, on propose de déterminer la position d'un point où l'on peut stationner.* 128

VIe §. *On ne peut stationner à aucun des deux points dont*

les positions sont données pour repères, mais l'un d'eux est accessible. Page 129
Art. I. On propose de déterminer le point de station en un lieu assigné. *ibid.*
Art. II. Examen des cas où l'on peut regarder comme la position d'un point, celle du point de station obtenue dans le voisinage. 130

CHAPITRE VII.

COMPLÉMENT DES LEVÉS A LA PLANCHETTE. 132
Ier §. *Les positions de trois points étant données sur un levé, on propose d'y ajouter celle d'un quatrième point d'où on peut découvrir les trois premiers.* *ibid.*
Art. I. Par l'intersection de deux circonférences de cercle. *ibid.*
Art. II. Par l'intersection d'une droite et d'une circonférence de cercle. 133
Art. III. Par l'intersection de deux droites perpendiculaires l'une à l'autre. 135
Art. IV. Par l'intersection de deux droites se croisant sous des angles quelconques. 136
Art. V. Méthodes par lesquelles on décalque la position du point. 138
IIe §. *Déterminer le point de station en un lieu d'où on aperçoit trois points dont les positions sont données sur le levé.* 141
Art. I. Théorèmes préparatoires. *ibid.*
Art. II. Solution du problème par la courbe des erreurs, dite *courbe de recherche.* 144
Art. III. Autres manières de résoudre le même problème. 148
Art. IV. Examen des cas où l'on peut regarder comme la position d'un point assigné du terrain, celle du point de station obtenue dans le voisinage. 149

CHAPITRE VIII.

MANIÈRE DE PROCÉDER A L'EXÉCUTION D'UN LEVÉ A LA PLANCHETTE. 150

Ier §. *Comment on doit agir pour obtenir le détail des terrains tant en pays* couvert *qu'en pays* découvert. Page 150
IIe §. *De la situation la plus avantageuse des points de repère de départ, ou de la* première base. 155
IIIe §. *Des levés topographiques qui exigent l'emploi de plusieurs feuilles de papier.* 159
IVe §. *Comment on détermine la direction de la méridienne, sur un levé à la planchette.* 162
Art. I. Par les hauteurs correspondantes du soleil. *ibid.*
Art. II. Par le lever et le coucher du soleil. 164
Art. III. Par l'observation du passage des étoiles dans un vertical. 166
Ve §. *De la rectification et de la vérification du détail d'un levé topographique.* 170

CHAPITRE IX.

PROBLÈMES DIVERS. 173
Ier §. *Obtenir, à l'aide de la planchette, la distance des extrémités d'une ligne brisée accessible.* *ibid.*
IIe §. *Arriver, à l'aide de la planchette, à la longueur d'une droite qu'il est impossible de chaîner.* 174
Art. I. Les deux extrémités de la droite sont accessibles. *ibid.*
Art. II. Une seule extrémité de la droite est accessible. *ibid.*
Art. III. Les deux extrémités de la droite sont inaccessibles. 175
IIIe §. *Trouver, à l'aide de la planchette, la plus courte distance d'un point à une droite.* 176
IVe §. *Trouver la distance de deux points accessibles, visibles l'un de l'autre, et desquels on découvre deux autres points inaccessibles dont la distance est connue.* 177
Ve §. *Obtenir, avec la planchette, l'aire d'un terrain quelconque.* 178
VIe §. *Trouver, à l'aide de la planchette, le point d'un terrain accessible, correspondant à un point ajouté au plan de ce terrain.* 181
VIIe §. *Trouver, à l'aide de la planchette, la ligne d'un ter-*

rain accessible, correspondant à une droite ajoutée au plan de ce terrain. Page 182

VIIIe §. *Par un point donné sur le terrain, conduire, à l'aide de la planchette, une droite dans une situation indiquée, relativement à une autre droite assignée sur le terrain.* 183

IXe §. *Tracer sur le terrain, à l'aide de la planchette, la ligne droite qui joint deux points donnés invisibles l'un de l'autre.* 184

X^e §. *A l'aide de la planchette, prolonger en ligne droite et au delà d'un obstacle bornant la vue, une ligne donnée sur le terrain.* 186

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

ERRATA.

Page 2, ligne 29, ainsi que, *lisez* comme.
9, 6, droites, *lisez* lignes.
13, 12, droites, *lisez* lignes.
14, 24, pnoser, *lisez* passer.
15, 9, sur une surface, *lisez* sur un plan.
21, 3, sixième, *lisez* cinquième.
24, 12, traces, *lisez* tranches.
18, rentrantes, *lisez* rentrantes sur elles-mêmes.
25, 14, ces plans, *lisez* ces deux plans.
29, 25, sixième, *lisez* cinquième.
59, 11, puis chacune de celles-ci, *lisez* puis celles-ci.
81, 9, à l'origine, *lisez* d'abord.
88, 24, des, *lisez* de.
94, 25, a passé, *lisez* passe.
97, 15, retonnement, *lisez* retournement.
99, 12, le, *lisez* un.
117, 7, et, *lisez* est.
122, 23, également, *lisez* généralement.
129. *Ajoutez avant le dernier alinéa du n°* 188. Quand il arrivera que la distance RX sera plus grande que celle RP, le problème sera susceptible de deux solutions ; puisque l'arc de cercle décrit avec r pour centre, coupera l'arc $rx'p$ en deux points.
130. *Ajoutez à la fin du n°* 189. Une observation semblable à celle du numéro précédent doit être faite ici, à l'égard de la grandeur relative des distances RS, RP.
138, ligne dernière, levés, *lisez* levée.
144, 26, soit, *lisez* est.

EXTRAIT

DE LA QUARANTE-QUATRIÈME LIVRAISON

DE L'ABEILLE.

L'ABEILLE, rédigée par MM. BERTON, de l'Institut. — BERVILLE. — A. BÉRAUD. — Mme. DUFRÉNOY. — MM. EM. DUPATY. — DUVAL (*Amaury*), de l'Institut. — A. JAY. — LEMONTEY, de l'Académie française. — LA BEAUMELLE. — DE SÉNANCOUR. — P. F. TISSOT. — VIENNET. — Alexandre DE LAMETH. — DE SÉGUR, de l'Académie française, paraît tous les samedis par livraison de trois feuilles in-8o. Le prix de la souscription est, franc de port, pour la France, de 13 francs pour 13 livraisons; de 24 francs pour 26 livraisons, et de 45 francs pour 52 livraisons.

On souscrit à Paris,

Au bureau de rédaction, rue Bourgtibourg, no. 16.

Chez *Alex. Eymery*, libraire, rue Mazarine, no. 30.

Chez *Delaunay*, libraire, Palais-Royal, galerie de bois.

Chez *Dondey-Dupré*, libraire, et imprimeur de L'ABEILLE, rue Saint-Louis, no. 46, au Marais.

Et chez les principaux Libraires de Paris et des départemens.

THÉORIE

GÉNÉRALE

DES PÈSE-LIQUEURS,

Appliquée à la construction et à l'emploi de toutes sortes d'aréomètres entièrement comparables avec des tables aréométriques, très-étendues, donnant les pesanteurs spécifiques, correspondant aux divers degrés des Pèse-Liqueurs en usage, le titre des eaux-de-vie, des acides sulfuriques, etc. Par P. M. N. Benoît, ancien élève de l'École Polytechnique, etc. (1).

Depuis long-tems le commerce même a reconnu l'insuffisance et les vices des aréomètres, qu'une aveugle routine a maintenus jusqu'ici, dans leur enfance primitive; et, quoique des chimistes et des physiciens, plus ou moins recommandables, aient tenté, à plusieurs reprises, de ramener leur construction à des principes certains, et de rendre leurs diverses graduations moins insignifiantes qu'elles le sont encore, on peut dire que M. Benoît est le seul, qui ait réellement atteint ce but d'une utilité reconnue. C'est son ouvrage intitulé, *Théorie*, etc., que nous allons analyser dans cet article. L'auteur l'a divisé en quatre chapitres; le premier renferme la théorie générale des pèse-liqueurs, dont

---

(1) Chez Barrois l'aîné, libraire, rue de Seine, N°. 10. (F. S. G.) Prix : 3 fr., et 3 fr. 50 cent. par la Poste.

il considère deux espèces : 1° les *pèse-liqueurs à unité fixe*, ou simplement *pèse-liquides*, dont les degrés sont inégaux, et qui donnent la pesanteur spécifique des liquides en fonction de celle de l'eau distillée, ou encore le volume spécifique de l'eau distillée en fonction de ceux des liquides essayés; 2°. les *pèse-liqueurs à unité variable*, ou mieux les *jauge-liquides*, dont les degrés sont égaux entre eux, et qui donnent la pesanteur spécifique de l'eau distillée en fonction de celles des liquides essayés, ou mieux le volume spécifique de ces liquides en fonction de celui de l'eau distillée. Ces instrumens sont, comme on le voit, inverses l'un de l'autre; et M. Benoît a donné des moyens généraux de les construire, soit en partant de l'*étalon naturel*, qui ne dépendant que de l'eau distillée, peut être toujours reproduit semblable à lui-même, lorsque la tige des aréomètres est parfaitement cylindrique, soit à l'aide de pesées successives, lorque l'aréomètre est de forme irrégulière. Le chapitre est terminé par une application heureuse du moyen ingénieux, proposé par M. Deparcieux, pour construire des aréomètres extrêmement sensibles. Quoique M. Brisson ait donné, dans l'*Encyclopédie*, une série de pesées propres à obtenir les divisions d'un pèse-liquide centigrade, et que M. Hassenfratz ait indiqué, dans les *Annales* de chimie, la composition d'une série de solutions salines, propres à remplir le même objet, cela n'a pu populariser les *aréomètres à pesanteur spécifique*, parce que ces modes de division les rendaient d'un prix trop élevé. Des *pycnographes*, ou instrumens diviseurs des échelles de ces aréomètres, imaginés par M. Benoît, donnent la faculté de pouvoir désormais les livrer au commerce, aux mêmes prix qu'il a payé ceux usités jusqu'à ce jour. Quant aux *jauge-liquides*, ce sont des aréomètres, dont la graduation est tout-à-fait nouvelle, et très-significative, comme on le verra

tout-à-l'heure. Les uns et les autres de ces instrumens peuvent être doués d'une sensibilité quelconque assignée, lorsqu'on applique les *pycnographes* à la division de leurs échelles.

Le second chapitre est consacré à l'examen des *pèse-liqueurs* de Baumé et de Cartier. L'auteur démontre que les premiers ne sont que des jauge-liquides duo-décimaux, cachés sous des graduations arbitraires, et donne des règles générales, pour déduire la pesanteur spécifique d'un liquide, du degré qu'il indique soit au pèse-sel, soit au pèse-esprit de Baumé. Il fait voir ensuite combien est peu fondée la faveur, dont paraissent jouir les pèse-esprits de Cartier, dont le mode de division repose d'ailleurs sur les principes les plus vagues.

Dans le troisième chapitre, l'auteur indique les principaux usages du *pèse-liquide* et du *jauge-liquide centigrades*. La graduation du premier de ces instrumens donnant immédiatement, en kilogrammes, le poids d'un hectolitre du liquide essayé, il peut servir à peser un volume connu de ce liquide; la graduation du jauge-liquide centigrade donnant immédiatement, en centilitres, le volume d'un kilogramme du liquide essayé, peut, au contraire, fournir le volume d'un poids quelconque de ce même liquide.

Les avantages que nous venons de signaler ne sont pas les seuls qui rendent ces instrumens extrêmement précieux pour le commerce. L'auteur a démontré dans le même chapitre, des règles très-simples, à l'aide desquelles on peut déduire de leurs graduations, le titre approximatif des liqueurs composées de deux substances particulières telles que les *eaux-de-vie*, les *acides*, etc. Le *pèse-liquide* fournit le *titre approximatif au volume*, et le *jauge-liquide* au contraire *le titre approximatif au poids*.

Ainsi, par exemple, lorsqu'une *eau-de-vie* marque 34

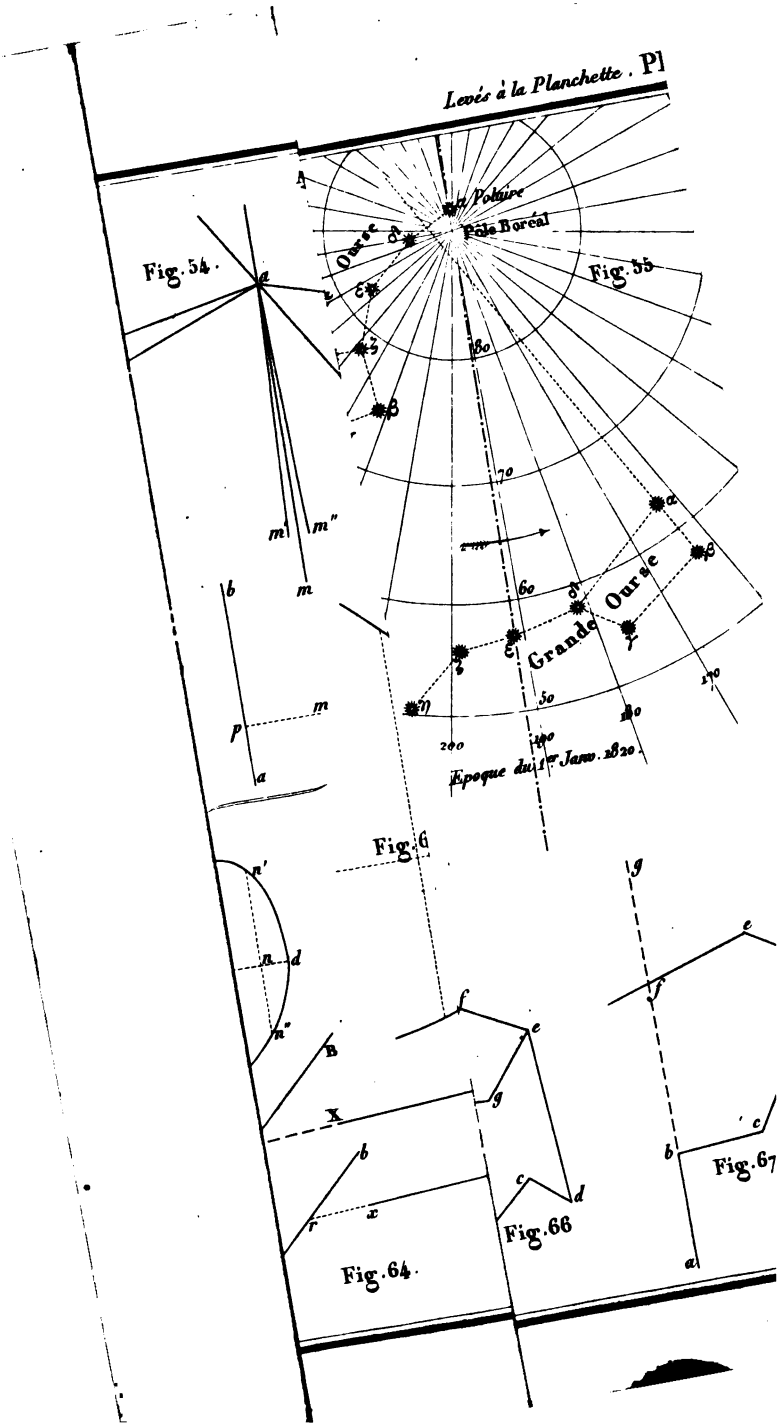


Fig. 54.
Fig. 55
Polaire
Pôle Boréal
Grande Ourse
Epoque du 1er Janv. 1820
Fig. 6
Fig. 64.
Fig. 66
Fig. 67